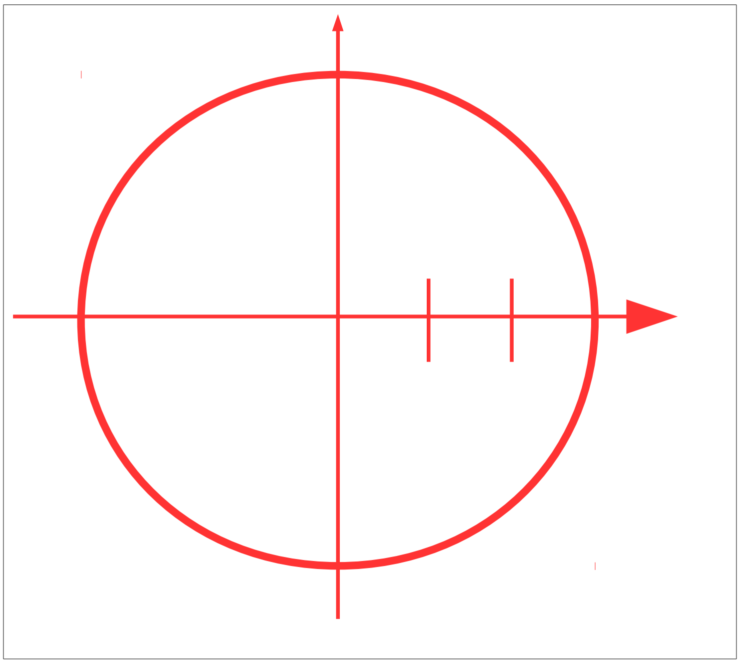
Nom : Correction en rouge
Prénom :
Groupe :

Devoir de physique (M1304)
(Mécanique)

<u>Exercice n°1 (Pendule conique)</u>

1°) Soit un mouvement décrit par les équations cinématiques :
$x(t)=3\cos(\omega t)$
$y(t)=3\sin(\omega t)$
Dessiner ci-contre la trajectoire.



2°) Exprimer les composantes de la vitesse en fonction du temps.
<u>réponse</u> :
$v_x = -3\omega.\sin\omega t$
$v_y = 3\omega.\cos\omega t$

3°) Exprimer les composantes de l'accélération en fonction du temps.
<u>réponse</u> :
$a_x = -3\omega^2.\cos\omega t$
$a_y = -3\omega^2.\sin\omega t$

4°) Exprimer le module de l'accélération en fonction de la vitesse de rotation et du rayon R du cercle.
<u>Réponse</u> :

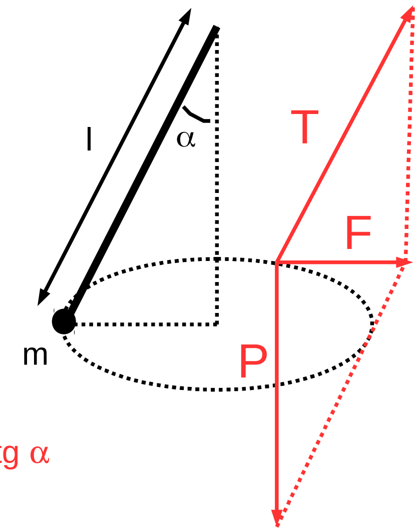
$a = 3\ \omega^2 = \omega^2.R = v^2/R$

5°) S'il s'agit d'une masse m qui décrit cette trajectoire à quelle force centrale doit-elle être soumise ?
Exprimer cette force en fonction de m, ω et R
<u>réponse</u> :

$F = m.a = m.\ \omega^2.R = m.v^2/R$

Application : (Bonus)

6°) On considère un pendule formé d'une petite boule B de masse m et d'un fil de longueur l de masse négligeable. ce pendule est mis en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe vertical D d'un référentiel galiléen. Montrer qu'un tel mouvement n'est possible que si la vitesse angulaire est supérieure à une valeur w_0 que l'on calculera en fonction de α, l et g.



Réponse :

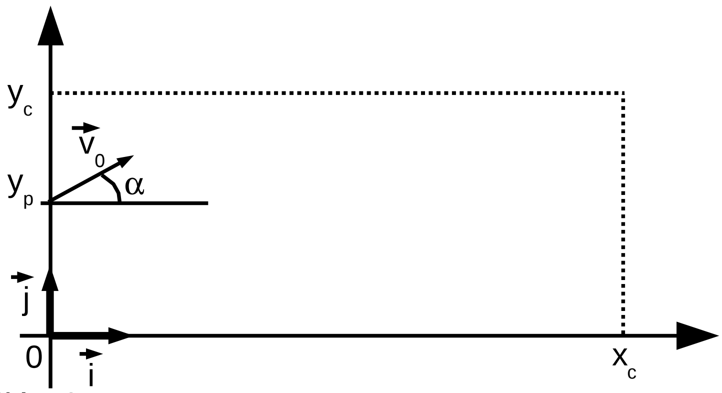
$F = m.\ \omega^2.R = m.\ \omega^2.L \sin\alpha = P \text{ tg } \alpha$ $\quad$ $F/P = \text{tg } \alpha$

Il vient $\omega^2.L = g / \cos\alpha$ soit $\cos\alpha = g / \ \omega^2.L < 1$

soit donc $\omega_0^2 = g / L$

Exercice n°2

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ une cible a pour coordonnées x_c=40m, y_c=30m.
A partir d'un point P de coordonnées x_p=0m et y_p=20m, un projectile est lancé avec une vitesse initiale de module v_0 = 50ms^{-1} sous un angle α. On donne g=10ms^{-2}



On donne les composantes du vecteur accélération :
a_x = 0 ms^{-2}
a_y = -g = -10 ms^{-2}

1) Déterminer les composantes v_{0x} et v_{0y} du vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ en fonction de $\|\vec{v}_0\| = v_0$ et de α.

Réponse :

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

2) En déduire les composantes du vecteur vitesse par intégration en tenant compte des composantes initiales de v0 (de la question 1) ?

Réponse :

$v_x = v_0 \cos\alpha$

$v_y = -10t + v_0 \sin\alpha$

Nom :
Prénom :
Groupe :

3) Donner les équations horaires du mouvement du projectile par intégration en tenant compte de la position initiale donnée :x_p=0m et y_p=20m ?
Réponse :

$x(t) = v_0 \cos \alpha . t + 0$

$y(t) = -5t^2 + v_0 \sin \alpha \, t + 20$

4) En déduire l'équation cartésienne du mouvement y=f(x) ?
Réponse :

$y = -5.x^2/(v_0^2 \,.\, \cos^2\alpha) + v_0 \sin \alpha \, x /(v_0 \cos \alpha) +20$

5) A l'aide de la formule $\frac{1}{cos^2 \alpha}=1+tan^2 \alpha$, on vous demande d'exprimer l'expression de la question 4 en écrivant une équation du second degré en tan(α) en prenant soin de calculer chacun des coefficient ?
Réponse : $y = -5.x^2/v_0^2 \,.\, tg^2\alpha + tg\alpha \, x +20 - 5x^2/v_0^2$

$A = -5.x^2/v_0^2$, $B = x$, $C = 20 - 5x^2/v_0^2$

6) En déduire les deux valeurs de tan(α) ainsi que les angles correspondants pour la cible de coordonnées x_c=40m, y_c=30m :
Réponse :

A = -3,2   B = 40 et C=-13,2

Δ = 1431,04 de racine 37,84 donnent   tan α =12,16 et tan α = 0,3375

Donc α = 85°17'   et α = 18°38'58''