TD1 : Température et chaleur

I) Température

I-1) Échelle thermométrique de Fahrenheit (°F)

Cette échelle, toujours utilisée par les anglo-saxons, date de 1720. Elle utilise trois températures de référence.
La correspondance est la suivante

Congélation de l'eau saturée en sel	$\longrightarrow$	0°F
Congélation de l'eau pure	$\longrightarrow$	32°F
Ébullition de l'eau pure	$\longrightarrow$	212°F

II-2) Échelle centigrade de température (°c)

Cette échelle date de 1742. On utilise la correspondance suivante :

Congélation de l'eau pure	$\longrightarrow$	0°c
Ébullition de l'eau pure	$\longrightarrow$	100°c

II-3) Échelle thermodynamique de Celsius (°C)

Cette échelle est basée sur l'observation suivante : tous les thermomètres à gaz fournissent la même échelle lorsque ces gaz sont utilisés à faible pression. Il existe deux sortes de thermomètres à gaz, ceux basés sur la variation de volume à pression constante dont l'échelle est définie par la relation linéaire $v = v_0(1+\alpha t)$ et ceux qui utilisent la variation de pression à volume constant et dont l'échelle est définie par : $p = p_0(1+\beta t)$. Pour tous les gaz, on trouve quelque soit leur nature :

$$\alpha = \beta = 1 / 273{,}15$$

Cette échelle commune à tous les gaz a un caractère universel. Elle est appelée échelle centigrade du gaz parfait ou échelle Celsius.

II-4) Échelle thermodynamique de Kelvin (K)

Cette échelle (notée T) adoptée en 1954 est définie à partir de l'échelle centigrade du gaz parfait par la relation :

$$T = t + 1/\alpha = t + 273{,}15$$

On peut montrer que cette échelle se confond avec l'échelle de température introduite par Lord kelvin mesurée en °K (degré kelvin). La définition rigoureuse de la température absolue se fait à l'aide du deuxième principe de la thermodynamique.

Exercice 1
Trouver a et b tels que : $a.(t_F + 40) = b.(t_c + 40)$ pour la correspondance °C vers °F ?
Quelle est la température de congélation en °C de l'eau saturée de sel ?
Pour quelle température a-t-on la même représentation numérique dans les deux systèmes ?

II) Dilatation des solides

1°) Dilatation linéique

Lorsqu'un solide est soumis à une élévation de température ΔT, son augmentation de longueur ΔL est en première approximation :

$$\Delta L = \alpha.L_0 .\Delta T$$

où α est le coefficient de dilatation linéique, L_0 la longueur initiale à la température T_0.

2°) Dilatation surfacique

$$\Delta S = \gamma.S_0 .\Delta T$$

avec $\gamma = 2\alpha$ pour les matériaux isotropes.

3°) Dilatation volumique

$$\Delta V = \beta.V_0 .\Delta T$$

avec $\beta = 3\alpha$ pour les matériaux isotropes.

Exercice 2

Calculer l'allongement d'une barre de cuivre de 80 cm de long à 15°C quand on la chauffe à 35°C. On donne : $\alpha=1{,}5.10^{-5}$ °C^{-1} pour le cuivre aux températures considérées.

Exercice 3

On veut introduire un cylindre de 1 cm de diamètre à 30°C dans un trou percé (diamètre 0,9997 cm) dans une plaque d'acier à 30°C. Sachant que le coefficient de dilatation linéique de l'acier est $\alpha=1{,}1.10^{-5}$ °C^{-1}, à quelle température faut-il chauffer la plaque d'acier ?

Exercice 4

A 20°C, une bille d'acier ($\alpha=1{,}1.10^{-5}$ °C^{-1}) a un diamètre $\Phi=0{,}9$ cm. Une plaque en aluminium ($\alpha=2{,}2.10^{-5}$ °C^{-1}) est percée d'un trou de diamètre $\Phi=0{,}899$ cm. A quelle température identique doit-on chauffer bille et plaque pour que la bille passe dans la plaque sans jeu ?

III) La chaleur

Nous présenterons la notion de chaleur en cours à travers la formulation des principes de la thermodynamique. Ce qu'il faut retenir de ce principe, c'est que la chaleur est équivalente à de l'énergie et se mesure donc en Joule (J)

III-1) Ancienne unité

La calorie est la quantité de chaleur qu'il faut fournir à 1g d'eau pour passer sa température de 14,5°C à 15,5°C. Évidemment on peut convertir cette unité en Joule : 1 calorie = 4,1868 Joule.

III-2) Capacité thermique massique ou chaleur massique

On l'appelle parfois aussi **chaleur spécifique** traduction de l'anglais *specific heat.*
On observe pratiquement qu' on a proportionnalité entre l'élévation de température et la chaleur reçue par un corps ce qui s'exprime par :

$$\boxed{E=Q=m.c.\Delta T}$$

Le coefficient de proportionnalité c ainsi défini est appelé capacité thermique massique.
On rappelle que la notation ΔT désigne toujours $T_{finale} - T_{initiale}$ qui peut être positive ou négative. On rappelle aussi la convention sur la chaleur : elle est considérée comme positive si elle est apportée au corps.

Pour un corps donné, cette capacité thermique massique peut dépendre de la température, elle est alors notée C_T. On exprime alors la relation de proportionnalité plutôt sous forme différentielle :

$$\boxed{dQ = m.c_T.dT = C_{th}.dT} \qquad C_{th} = \text{capacité thermique}$$

En général on simplifie en ne tenant pas compte de la dépendance de la chaleur massique de la température. On donne donc des approximations des capacités thermiques massiques pour un certain nombre de corps.

Éléments	Chaleurs Massiques ($Jkg^{-1}K^{-1}$)	Éléments	Chaleurs Massiques ($Jkg^{-1}K^{-1}$)	Éléments	Chaleurs Massiques ($Jkg^{-1}K^{-1}$)
fer	460	cuivre	384	aluminium	895
glace	2090	eau	4185	mercure	138
pétrole	1670	soufre	745	Ethanol	2430

Quels avantages ou inconvénients d'avoir une chaleur massique faible ou élevée dans la vie courante ?

III-3) Chaleur latente

Pendant les changements d'état des corps (fusion, vaporisation, ...), la température reste constante. Il est donc clair que la formule précédente

$$\boxed{Q = m.c.\Delta T}$$

ne tient plus puisque l'on a $\Delta T=0$ mais pas $Q=0$! Il faut fournir de la chaleur pour le changement d'état mais sans augmentation de la température. On définit alors une nouvelle notion, la chaleur latente de changement d'état.
Chaleur latente : $l = dQ / dm = Q / m$ soit $\boxed{Q=m.l}$
On donne pour information quelques valeurs de chaleur latente.

Fusion de la glace : $l_f = 3{,}337.10^5$ J/kg.	vaporisation de l'eau $l_v = 2{,}2510^6$ J/kg
Fusion du benzène : $l_f = 1{,}25.10^5$ J/kg.	vaporisation du benzène $l_v = 3{,}910^5$ J/kg
Fusion de l'oxygène : $l_f = 1{,}4.10^4$ J/kg.	vaporisation de l'oxygène $l_v = 2{,}110^5$ J/kg

Quels avantages ou inconvénients d'avoir une chaleur latente faible ou élevée dans la vie courante ?

III-4) Exercices

Exercice 5

L'étain fond à 323°C. La chaleur latente de fusion de l'étain est de 61 kJ/kg et sa capacité calorifique vaut 250 $Jkg^{-1}K^{-1}$. Calculer l'énergie nécessaire pour faire fondre les 20 kg d'étain contenus dans une machine à souder à la vague et initialement à la température de 20°C. Exprimer le résultat en Joules et en kilowattheures.

Exercice 6

On prend un bloc de glace de 1,5 kg à -10°C.
1°) Quelle quantité de chaleur faut-il lui apporter pour le transformer complètement en vapeur ?
2°) On utilise une puissance électrique de 1,5 kW pour réaliser la transformation précédente. Combien de temps a-t-on mis ?

Exercice 7

Quelle quantité d'eau à 100°C faut-il verser sur 10g de glace prise à 0°C pour obtenir uniquement de l'eau liquide à 0°C (on supposera qu'il n'y a aucun échange de chaleur avec l'extérieur).

Exercice 8

Un cube de 8 cm^3 de glace de densité 0,90 initialement à une température de -3°C est plongé dans un verre de 50 cm^3 d'eau. En supposant qu'il n'y a aucun échange de chaleur avec l'extérieur quelle est la température finale du mélange ? La température initiale de l'eau est de 15°C.

Info : La Nasa, dans un "réfrigérateur atomique" qui sera lancé en 2016 à destination de la station spatiale internationale (ISS) veut battre le record. Les scientifiques du JPL, laboratoire de la Nasa, vont en effet tenter de creér une température de 100 pico-Kelvin, soit $0{,}1\times10^{-9}$ K au-dessus du zéro absolu, qui serait la température la plus basse que l'on puisse atteindre (record mondial depuis 1999).

TD2 : les transferts de chaleur

Loi de Fourier

Dans un milieu dont la température T(x,t) varie dans la direction de l'axe (Ox), la conduction se manifeste par l'existence d'un vecteur densité de flux thermique orienté dans le sens des températures décroissantes. Joseph Fourier a observé expérimentalement une relation de proportionnalité entre la densité de flux thermique et la dérivée spatiale de la température :

$$\boxed{P=\Phi=\frac{dQ}{dt}=-k\cdot S\cdot\frac{dT}{dx}=-k\cdot S\cdot\frac{\Delta T}{\Delta x}}$$

k est la conductivité thermique du milieu et se mesure en W/m.K. Φ est donc le flux thermique et se mesure en W.

Ordre de grandeur des conductivités

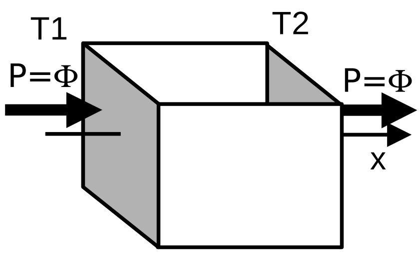
- Métaux purs : 50 à 500 W/m.K : cuivre 387 W/m.K , aluminium: 203 W/m.K, argent:418W/m.K,
  fer : 73 W/m.K, acier : 36 W/m.K, plomb : 35 W/m.K
- Alliages : 10 à 100 W/m.K
- Solides non métalliques : 10^{-2} à 10 W/m.K : SiC (céramique) 50-100 W/m.K quartz : 19,6W/m.K, marbre : 2,8 W/m.K, eau (glace) : 2,2 W/m.K, pyrex 1 W/m.K, bois 0,12W/m.K,
  béton : 0,92 W/m.K
- Liquides : 10^{-1} à 1W/m.K : mercure : 8,2W/m.K, eau : 0,55W/m.K
- Matériaux isolants : 10^{-2} à 1 W/m.K : laine de verre 0,04 W/m.K, polystyrène 0,004 W/m.K
- Gaz à la pression atmosphérique:10^{-3} à 10^{-1}W/m.K : hydrogène : 0,17 W/m.K, air : 0,024W/m.K, hélium : 0,14 W/m.K
- Superisolants thermiques 10^{-4} W/m.K

Remarque : il est à noter que les deux unités W/m.K et W/m.°C sont les mêmes unités.

Notion de résistance thermique

R_{th} = $(T_1-T_2)/\Phi$ en [°C/W ou K/W]

$P = \Phi = k.S.(\Delta T/l)$



La disparition du signe "-" tient aux conventions qui sont prises ici : le flux thermique Φ est considéré comme arrivant sur la surface de température T1, et ce flux est considéré comme positif dès qu'il est entrant. De toute façon, comme la résistance électrique la résistance thermique doit toujours être positive.

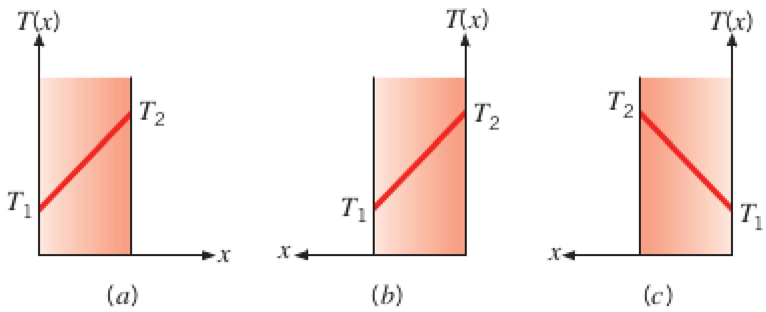
Exercice 0 (La chaleur dans un parallélépipède)

Soit un conducteur thermique de section S rectangulaire et constante comme à la figure ci-dessus.
Sa longueur est supposée être L.
A l'aide des définitions ci-dessus, établir :

- l'expression du flux thermique $P = \Phi$,
- l'expression de la résistance thermique R_{th} de ce parallélépipède,
- l'expression de la température en fonction de la position x.

Remarque : la formule trouvée dans cet exercice sera considérée comme générale, même si en principe elle nécessite une section S constante.

Exercice 1
Consider a plane wall 100 mm thick and of thermal conductivity 100W/m.K. Steady-state conditions are known to exist with T_1 = 400 K and T_2 = 600 L. Determine the heat flux q''_x and the temperature gradient dT/dx for the coordinate systems shown.
Hint : $q''_x = P/S = \Phi/S$ and temperature gradient $dT/dx = \Delta T/\Delta x$ in this case.



Exercice 2 (texte en anglais)
A heat rate of 3 kW is conducted through a section of an insulating material of cross-sectional area 10 m^2 and thickness 2.5 cm. If the inner (hot) surface temperature is 415°C and the thermal conductivity of the material is 0.2 W/m.K, what is the outer surface temperature ?
to insulate : isoler.

Exercice 3
Un distributeur de boisson a la forme d'un cube de 65 cm de côté (extérieur). Ses parois de 3 cm d'épaisseur sont en plastique (k=0,05 W/m.K) Si la température extérieure est de 20°C, quelle est la quantité de glace qui fond par heure à l'intérieur du distributeur ? (Température initiale de la glace 0°C)

La convection

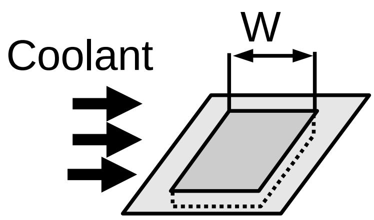
La convection est le mode d'échange de chaleur privilégié dans un fluide. Si l'on met en contact un solide et un fluide des phénomènes convectifs vont apparaître. Il faut alors modéliser les échanges thermiques.
Loi de newton : l'échange thermique par convection est proportionnel à la différence de température et à la surface : $\Phi = h_c.S(T_1 - T_2)$ (A comparer à $\Phi = (1/k).S.(T_1 - T_2)/L$ pour la résistance thermique)
T_1: température du solide, T_2 : température du fluide loin de la paroi.

Pour cette loi, seule compte la différence de température et non plus le gradient de température.
h_c est un coefficient de convection qui dépend des matériaux en contact, de l'état de surface , du type d'écoulement fluide.

- air en convection libre : h_c= 6 à 30 W/m^2.°C.
- air en convection forcée : 30 à 300 selon la vitesse d'écoulement.
- huile en convection forcée : 60 à 1 800.
- eau en convection forcée : 300 à 12 000.
- vapeur d'eau en condensation sur une surface froide : 6 000 à 120 000.

Loi générale : souvent la convection naturelle est mieux traduite par la formule suivante:
$\Phi = h_c.S\ (T_1 - T_2)^{1.25}$ mais on utilisera dans la suite toujours la loi de Newton.

Exercice 4 (texte en anglais)



A square isothermal chip is of width W=5 mm on a side and is mounted in a substrate such that its side and back surfaces are well insulated, while the front surface is exposed to the flow of a coolant at T=15°C. From reliability considerations, the chip temperature must not exceed T=85°C. If the coolant is air and the corresponding convection coefficient is h=200 W/m^2.K, what is the maximum allowable chip power ? If the coolant is a dielectric liquid for which h=3000 W/m^2.K, what is the maximum allowable chip power ?

Exercise 5

Consider a 300 mm x 300 mm window in an aircraft. For a temperture difference of 80°C from the inner to the outer surface of the window, calculatethe heat loss through L=10 mm-thick polycarbonate, soda lime glass, and aerogel windows, respectively. The thermal conductivities of the aerogel and polycarbonate are k_{ag}=0.014 W/m.K and k_{pc}=0.21 W/m.K, respectively.
Evaluate the thermal conductivity of the soda lime glass at 300 . If the aircraft has 130 windows and the cost to heat to heat the cabin air is 1€/kW.h, compare the costs associated with the heat loss trough the windows for an 8-hour intercontinental flight.

Exercise 6

A dormitory at a large university, built 50 years ago, has exterior walls constructed of L_s = 25-mm-thick sheathing with a thermal conductivity of k_s = 0.1 W/m.K. To reduce heat losses in the winter, the university decides to encapsulate the entire dormitory by applying an L_i = 25-mm-thick layer of extruded insulation characterized by k_i = 0.029 W/m.K to the exterior of the original sheathing. The extruded insulation is, in turn, covered with an L_g = 5-mm-thick architectural glass with k_g = 1.4 W/m.K.
Determine the heat flux through the original and retrofitted walls when the interior and exterior air temperatures are $T_{\infty,i}=22°C$ and $T_{\infty,o}=-20°C$, respectively. The inner and outer convection heat transfer coefficients are h_i = 5 W/m^2.K and h_o = 25 W/m^2.K, respectively.

TD3 : calcul des puissances électriques

Vous connaissez plusieurs formules pour le calcul des puissances : P = U.I, P = U.I.cosϕ etc...

La formule générale du calcul d'une puissance électrique dans le cas d'un courant et/ou d'une tension périodique est :


Je retiens

$$\boxed{P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t).dt=\frac{1}{T}\int_0^T p(t).dt}$$

Le calcul ci-dessus nécessite la connaissance de la primitive de p(t) que l'on notera P(t). Ainsi, le calcul se fait par :

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t).dt=\frac{1}{T}\int_0^T p(t).dt=\frac{1}{T}.[P(t)]_0^T=\frac{1}{T}.(P(T)-P(0))$$

Nous allons tenter maintenant de montrer comment il est possible d'éviter dans des cas particuliers le calcul des intégrales. Pour les cas restant, on se contentera d'approximations.

Cette formule générale se simplifie dans deux cas particuliers importants :

<u>Courant i(t) constant égal à I</u>

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t).dt=\frac{1}{T}\int_0^T u(t).I.dt=I\cdot\frac{1}{T}\int_0^T u(t).dt=I\,U_{moy}$$

$$\boxed{P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t).dt=I\,U_{moy}}$$

<u>Tension u(t) constante égale à U</u>

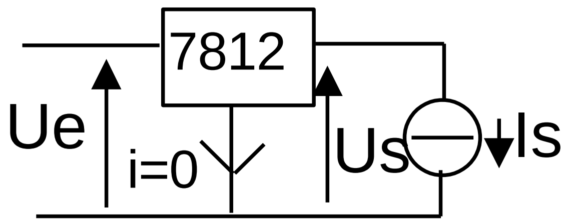
$$P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t).dt=\frac{1}{T}\int_0^T i(t).U.dt=U\cdot\frac{1}{T}\int_0^T i(t).dt=U\,I_{moy}$$

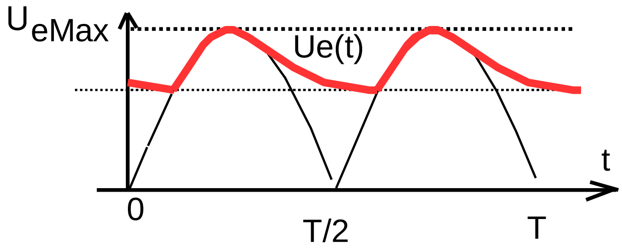
$$\boxed{P=\frac{1}{T}\int_0^T u(t).i(t).dt=U\,I_{moy}}$$

<u>Remarque</u> : N'oubliez pas que parfois le calcul d'une moyenne ne nécessite pas de se lancer tête baissée dans le calcul d'une intégrale mais que des raisonnements simples permettent de la trouver !

Dans tous les autres cas, il sera nécessaire de calculer l'intégrale.

Exercice 1





Un régulateur de tension intégré 7812 est destiné à fournir à sa sortie une tension Vs constante et égale à 12 V. Un récepteur consomme un courant constant Is=0,8A. Par contre, à l'entrée du régulateur se trouve un redresseur double alternance filtré par un condensateur délivrant une tension Ve.

1°) Représenter Ue(t) si on suppose qu'elle varie entre 16 et 20 V.

2°) En assimilant la tension d'entrée à une tension triangulaire, on vous demande de calculer la puissance dissipée dans le régulateur.

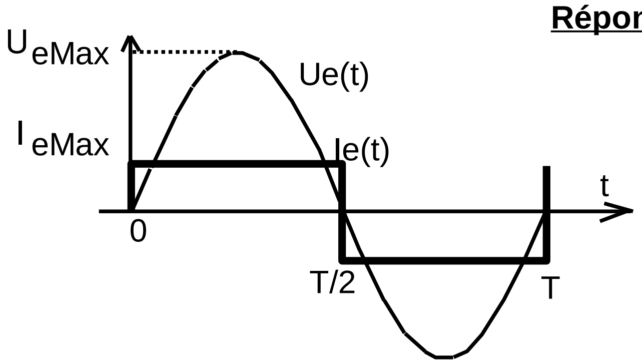
Exercice 2 Puissance instantanée

1°) Pour chacune des courbes ci-dessous faire le produit du courant par la tension pour obtenir la puissance instantanée.

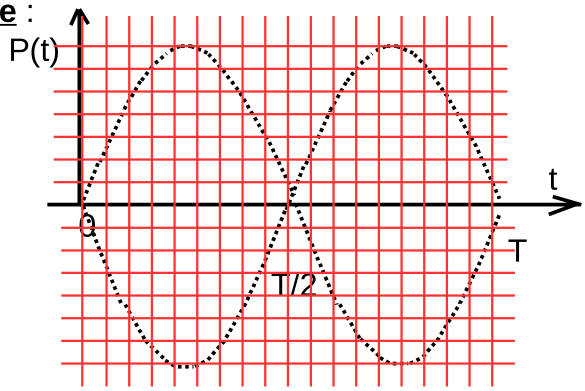
2°) On donne U_{eMax}=140V, et I_e=0,5A. Évaluer approximativement la puissance moyenne, c'est à dire la moyenne de la courbe de la question 1 pour chacun des cas :
- en calculant la correspondance entre T et la taille d'un carreau
- en calculant la correspondance entre P_{max} et la taille d'un carreau
- en comptant le nombre de carreaux sous la courbe
- en exprimant la puissance pour faire disparaître T

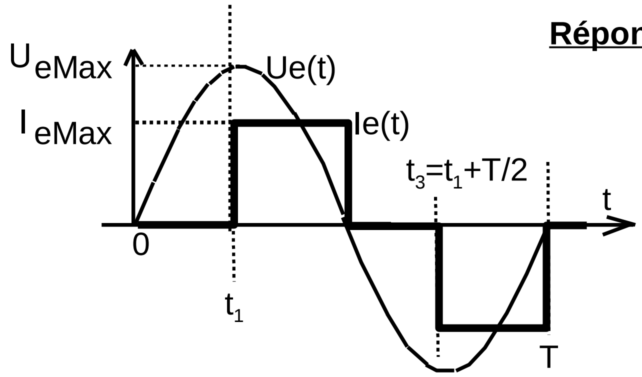
3°) On donne $\int \sin(\omega t) \cdot dt = \frac{-\cos(\omega \cdot t)}{\omega}$.

Reprendre les calculs de la question 2 avec cette primitive et comparer.

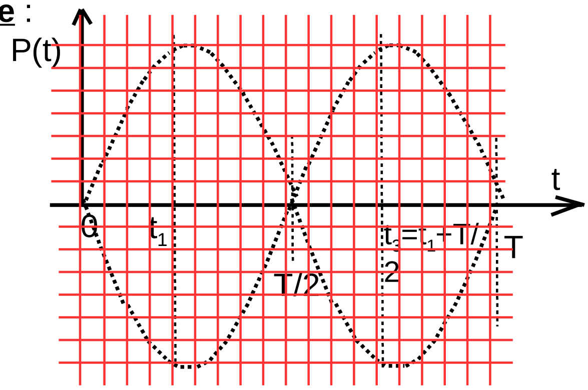


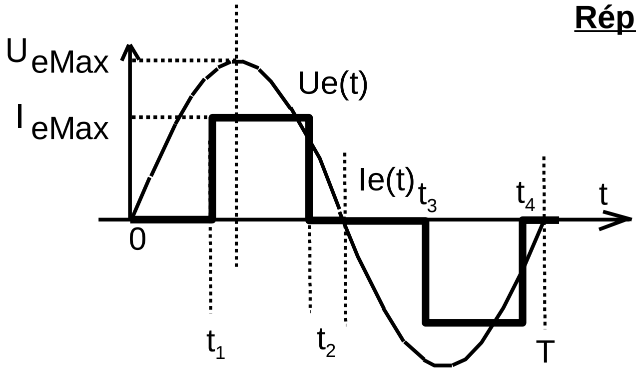
Réponse :



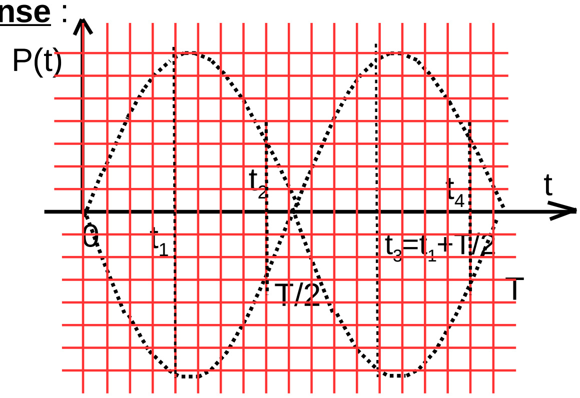


Réponse :

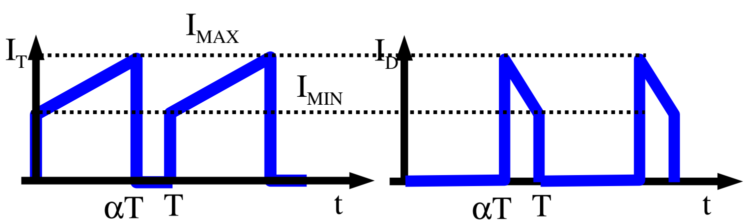




Réponse :



4°) Utiliser la géométrie des trapèzes pour calculer la puissance moyenne correspondant aux deux courants ci-dessous si la tension est constante lors du passage d'un courant et égale à V_{cond}.



Exercice 3

1°) On donne sur la figure 2 l'allure du courant Ie et de la tension V_e aux bornes d'entrées d'un redresseur (f = 50 Hz).
Calculer la puissance électrique moyenne en entrée sur une demi-période :

$$P_e = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} U_{eMax}\cdot\sin(\omega t)\cdot I_{eMax}\cdot dt$$

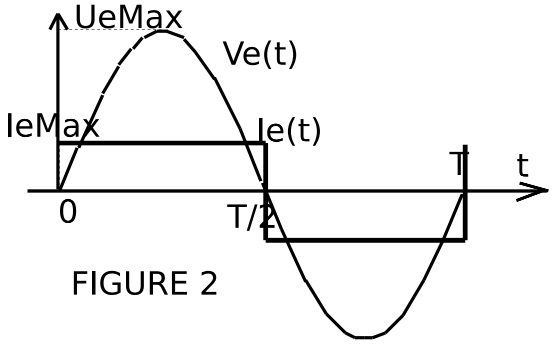


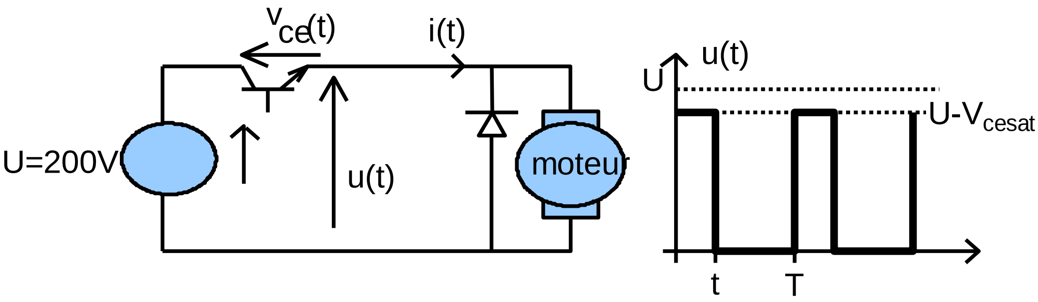
FIGURE 2

(Sur une demi-période I_e est constant égal à I_{eMAX} = 10A et U_{eMAX} = 120V)
Que vaut P_e sur une période ?

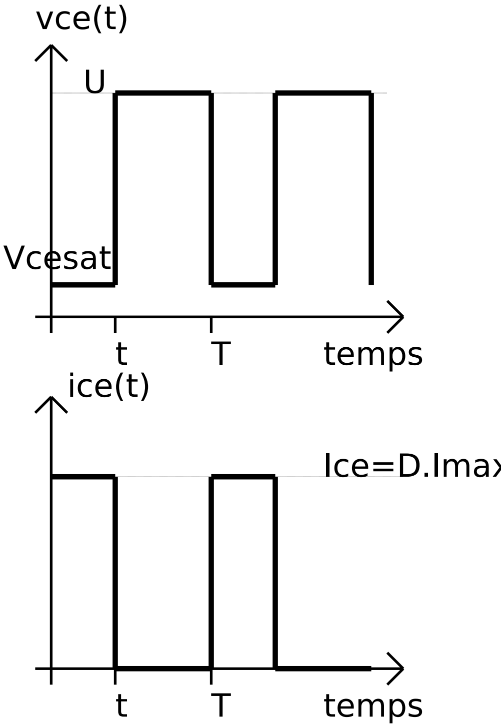
2°) On rappelle que lors d'un redressement double alternance, chaque diode conduit sur une demi-période. Sachant que pendant sa conduction une diode a une tension de 1,1 V et est traversée par le courant I_{eMAX}, quelle est la puissance moyenne dissipée dans chaque diode sur une demi-période, sur une période ?

Exercice 4

Un moteur électrique à courant continu est commandé par un hacheur à transistor dont on désire étudier le comportement thermique en vue de dimensionner un radiateur destiné au transistor. Le schéma de principe est donné ci-dessous :



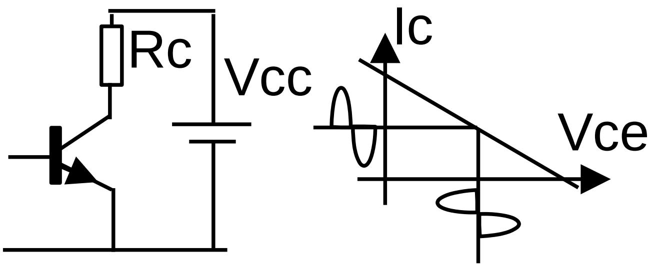
Le principe d'un tel système est de faire varier la vitesse du moteur en faisant varier le rapport cyclique D=t/T. Dans toute la suite du problème T sera fixé à T=1 ms.
1°) Lorsque le rapport cyclique est de D=1, le moteur absorbe un courant constant de I_{max}=10 A et la diode n'est traversée par aucun courant. La tension aux bornes du transistor $v_{ce}(t)$ est constante et a pour valeur : V_{cesat}=1,8V. Quelle est la puissance dissipée dans le transistor et quelle est alors la puissance fournie par la source de tension ?



2°) Le moteur est supposé suffisamment inductif pour que le courant le traversant soit constant. On suppose que la charge du moteur impose que le courant qui traverse le moteur soit proportionnel au rapport cyclique. Pour le courant et la tension ci-contre aux bornes du transistor, calculer la puissance moyenne dissipée dans ce composant et représenter sur une courbe la variation de la puissance instantanée correspondante.
Application numérique : D=0,5

Exercice 5 Puissance dissipée.

Un transistor est polarisé en classe A selon le montage ci-dessous où l'on n'a pas représenté la polarisation de la base.

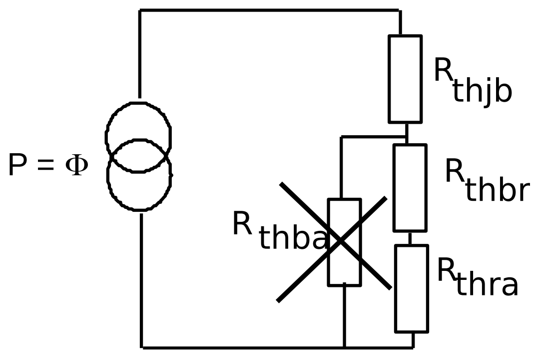


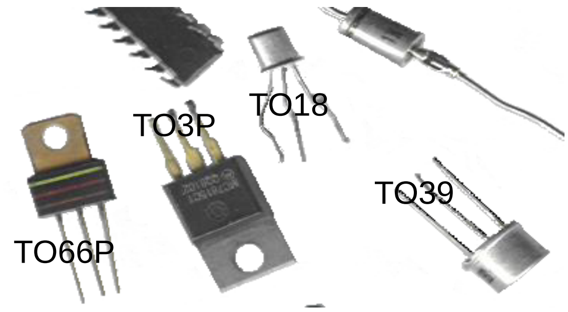
La résistance Rc est de 24 Ω et la tension de polarisation de Vcc=48V.
Le courant I_c est composé d'une partie continue I_C et d'une partie variable i_c ici sinusoïdale : $I_c=I_C+i_c$.
Calculer la puissance dissipée en l'absence de signal sinusoïdal (ic=0).
Calculer la puissance dissipée pour un signal sinusoïdal de sortie maximal (en négligeant V_{CEsat}=0). Comparer.

TD4 : calcul des radiateurs thermiques

1°) Calcul des radiateurs en régime permanent

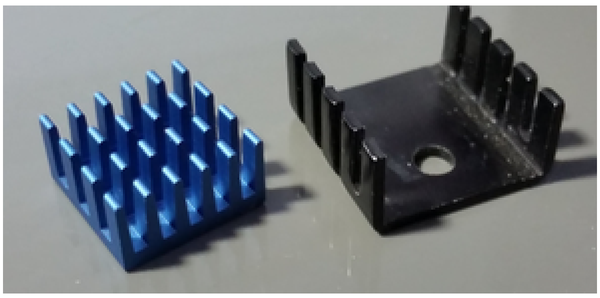
La puissance à dissiper par un semi-conducteur est calculée en faisant le bilan des puissances
électriques P mises en oeuvre. Lorsqu'on passe à la partie thermique elle devient Φ (notation traditionnelle de la thermique). Un composant électronique est modélisé par un certain nombre de résistances thermiques comme indiquées ci-dessous : (j = jonction, b = boîtier (case en anglais mb pour mountingbase), r = radiateur (h=heatsink en anglais), a = ambiant (ambient en anglais))





Résistances thermiques boîtier TO		
Boîtier	R_{thja}	R_{thjb}
TO-18	500	200
TO-92	250	150
TO-39	200	12,5
TO-126	100	5
TO-220	70	2
T0-3	40	1,5

Techniques de montages et R_{thbr}	
	R_{thbr}
sans plaquette d'isolation sans pâte	0,05 à 0,2
sans plaquette d'isolation avec pâte	0,005 à 0,1
plaquette oxyde Al avec pâte	0,2 à 0,6
plaquette mica avec pâte	0,4 à 0,9
plaquette en silicone sans pâte	0,84 à 0,88



Exercice 1

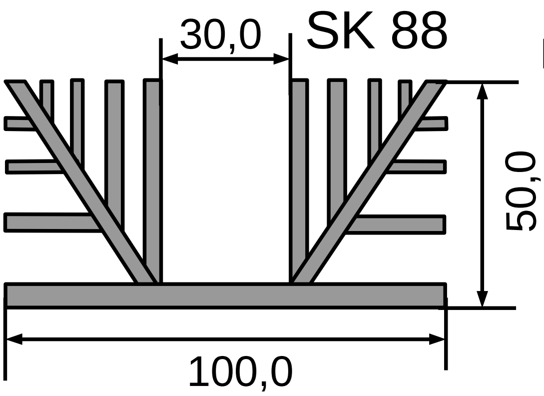
On se replace dans le cas de l'exercice 1 du TD précédent sur le 7812.
Pour des raisons de fiabilité, la température du substrat de silicium du C.I. ne doit pas dépasser 130°C, la température ambiante dans l'appareil est de 40°C.
La résistance thermique de la jonction au boîtier dépend du type de boîtier. Pour le boîtier du type TO-220, la résistance thermique est $Rth_{JB} = 2\ KW^{-1}$.
Entre le boîtier est le radiateur, il faut insérer une rondelle de mica qui assure l'isolation électrique et un bon contact thermique à l'aide d'une pâte thermoconductrice. Cette rondelle avec la pâte possède une résistance de 1 KW^{-1}.
Quelle doit être la résistance thermique du radiateur ?

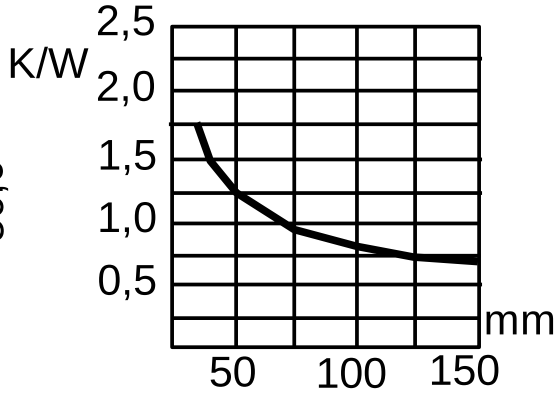
Exercice 2 (Calcul d'un radiateur)

T0-3

Un transistor de puissance à boîtier TO-3 est soumis à une tension émetteur-collecteur de 20V. Le courant d'émetteur est de 3 A. Quelle est la puissance électrique à dissiper ? Quelle sera la température de jonction si l'on ne lui ajoute pas de radiateur et que la température ambiante est Ta=25°C ?
On suppose que la température de jonction Tj peut atteindre 200°C. Quelle est la résistance thermique totale que l'on ne doit pas dépasser ?

Choisir la solution la plus favorable pour fixer le radiateur sur le boîtier avec isolation. Que prendra-t-on donc comme résistance R_{thbr} ? Quelle doit-être la résistance R_{thra} ? Quelle longueur de radiateur de type SK88 devra-t-on choisir ?





Exercise 3

A power electronics device has an on-state loss of 40 W and switching loss in watts equal to 1.1 x switching frequency in kilohertz. The junction to case thermal resistance is 1.85 °C/W, and the maximum allowable junction temperature Tjmax is 150°C. If the device case is mounted on a heat sink to limit the case temperature to 50°C, determine the maximum allowable switching frequency for this device on this heat sink.

Exercise 4 (http://www.vicorpower.com/documents/applications_manual/200VIJ00_Sect_20.pdf)

TABLE USAGE: The forced convection thermal impedance data shown in the tables below assumes airflow through the heat sink fins. Actual airflow through the fins should be verified. For purposes of heat sink calculation, assume efficiencies of 81% for 5 V outputs and 85% for 12 V and above.

VI-200 MI-200 θbs = 0.2	Baseplate	Part #30089 0.9"L Fins[a] (22,86 mm)	Part #30775 0.7"L Fins (17,78 mm)	Part #30090 0.9"T Fins[b] (22,86 mm)	Part #30780 1.45"L Fins (36,83 mm)	Part #30193 0.7"T Fins (17,78 mm)	Part #30194 0.4"T Fins (10,16 mm)	SlimMod	FinMod –F1 / –F3	FinMod –F2 / –F4
	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa
Free Air	5.10	3.40	4.08	2.70	2.60	3.15	3.80	5.40	5.00	3.70
200 LFM	2.80	1.50	1.80	1.10	1.00	1.28	1.55	3.20	2.40	1.80
400 LFM	1.80	1.00	1.20	0.80	0.60	0.93	1.13	2.20	1.50	1.20
600 LFM	1.40	0.80	0.96	0.60	0.50	0.70	0.84	1.60	1.10	0.90
800 LFM	1.20	0.60	0.72	0.50	0.40	0.58	0.70	1.30	0.90	0.70
1,000 LFM	1.00	0.50	0.60	0.40	0.30	0.47	0.56	1.20	0.80	0.60

Table 20–2a — Thermal impedance for VI-200/MI-200

1°) Determine the maximum output power for a 100W, VI-200 converter, no heat sink, delivering 5V in 400 LFM at a maximum ambient temperature of 45°C.
Hint : Start with a value of Tb=85°C (or 100°C, VI-J00)

2°) Determine the maximum thermal impedance of a 50 W, VI-J00 converter, no heat sink, delivering 24 V at 45 W in free air convection at 55°C ambient.

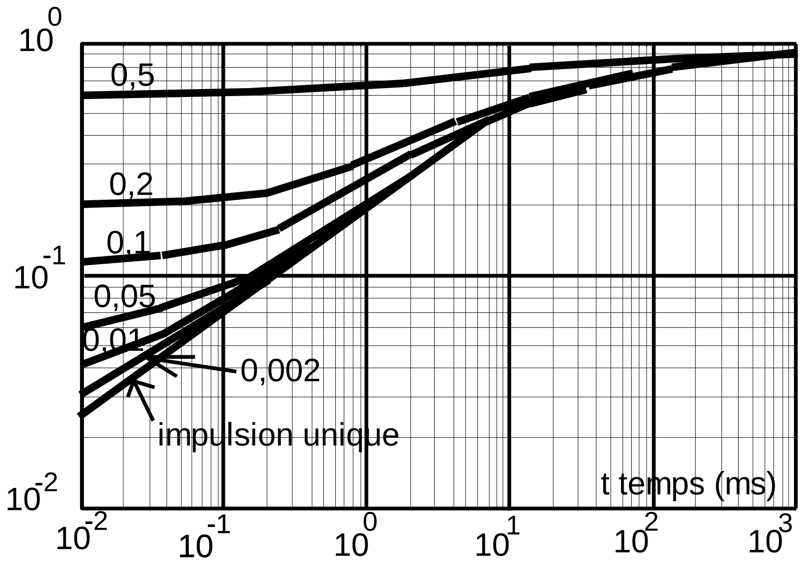
VI-J00 MI-J00 θbs = 0.4	Baseplate	Part #30191 0.9" L Fins (22,86 mm)	Part #30771 0.9" T Fins (22,86 mm)	Part #30140 0.4" T Fins (10,16 mm)	SlimMod	FinMod –F1 / –F3	FinMod –F2 / –F4
	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa	θsa
Free Air (H)	8.10	4.20	4.00	5.63	8.50	8.00	7.00
Free Air (V)	7.60	4.00	3.90	5.49	8.40	7.30	6.70
200 LFM	5.10	1.60	1.60	2.25	5.50	5.00	2.70
400 LFM	2.70	1.30	1.30	1.83	3.60	2.50	1.50
600 LFM	2.30	0.90	0.90	1.27	2.90	2.10	1.20
800 LFM	1.70	0.70	0.70	0.99	2.30	1.30	0.80
1,000 LFM	1.40	0.60	0.60	0.84	2.00	1.10	0.70

Table 20–2b — Thermal impedance for VI-J00/MI-J00

2°) Calcul des radiateurs en régime transitoire

Impédance thermique

Remarque : l'impédance thermique peut être donnée avec le coefficient r(D,t) comme ci-dessous mais aussi directement comme un peu plus loin ! On note la puissance de manière un peu plus classique P au lieu de Φ.



Courbes r(t,D) en fonction du rapport cyclique D et t avec :
* D = t/T
* t : durée de dissipation
* T : période

Permet de calculer l'impédance thermique :

Zth=r(t,D).Rth

Transistor 2N5632

Exercice 5 (Température de jonction en impulsion)

Une impulsion de puissance de 50 W est envoyée sur un transistor 2N 5632. Sa durée est t=5ms, le boîtier est à 75°C, la résistance thermique Rth_{jb} est de 1,17°C/W.
Quelle est la température maximale atteinte ?
Maintenant les impulsions de puissance sont périodiques (T= 20ms). Quelle est alors la température de crête pour un rapport cyclique D=0,5 ?
Quelle est alors la température moyenne de la jonction ?

Pour des impulsions périodiques brèves le boîtier (comme le radiateur s'il y en a un) n'est sensible qu'à la puissance moyenne du fait de sa forte inertie thermique (sa grande constante de temps thermique). La jonction atteint une température donnée par :

$$Tj_{\text{crête}} = P_{\text{crête}} \,.\, (r(t,D).Rth_{jb} + D.Rth_{ba}) + Ta$$

$$Tj_{\text{moyen}} = P_{\text{crête}} \,.\, D \,.\, (Rth_{jb} + Rth_{ba}) + Ta$$

Exercice 6

Un transistor Darlington BDX 63 travaille en impulsion de puissance de durée t=1 ms et de périodicité T= 10ms, avec $T_{j\,max}$= 200°C, T_{amb}=75°C.
Dans un premier temps, il n'est pas fixé sur radiateur (R_{thba} = 26°C/W), déterminer sa puissance maximum admissible.
Nous le fixons sur un radiateur de R_{thba} = 1.5°C/W, même question.

RTC

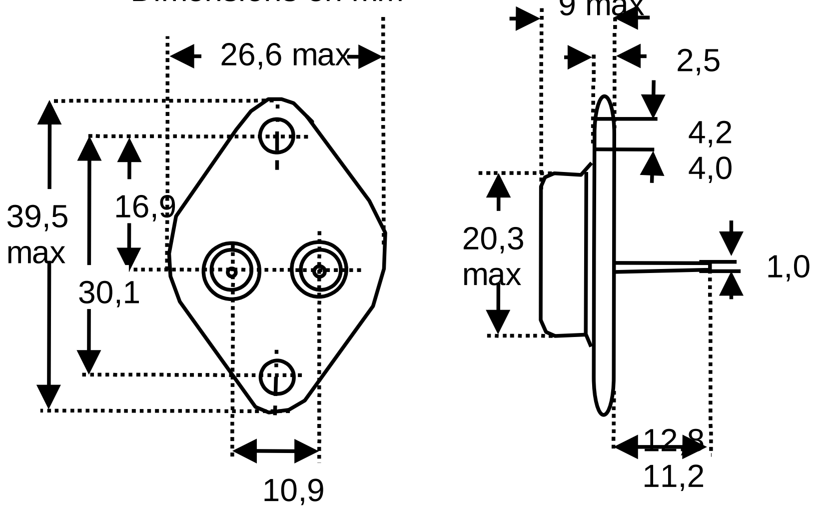
Transistor de puissance darlington NPN

BDX63 – BDX 63A
BDX 63B – BDX63C

Caractéristiques principales

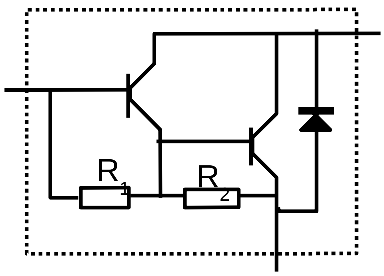
Puissance maximale T_{mb}<25°C 90W
Température de jonction T_j 200°C
Courant collecteur en continu I_C 8A
Courant collecteur en pointe max 12 A

Données mécaniques boîtier TO-3



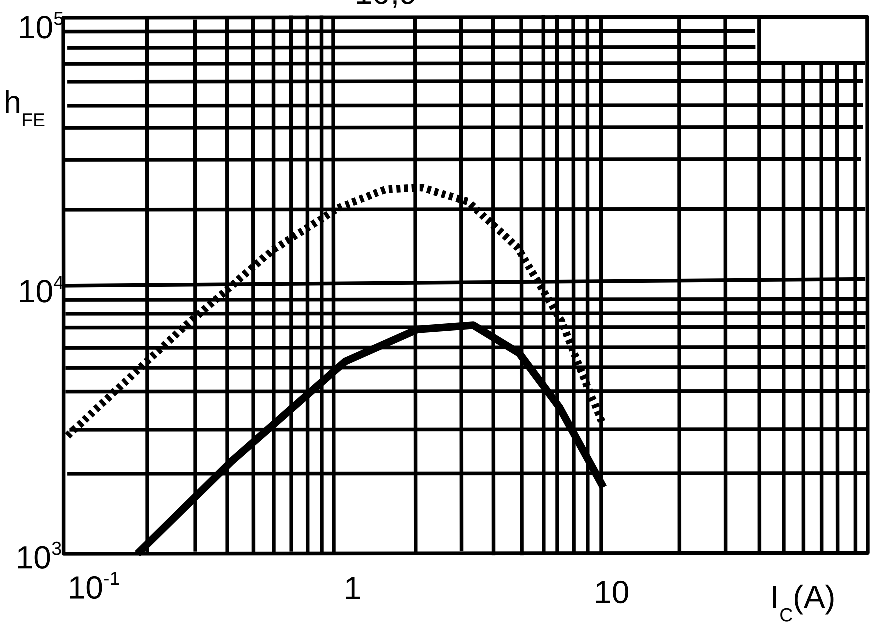
Résistance thermique

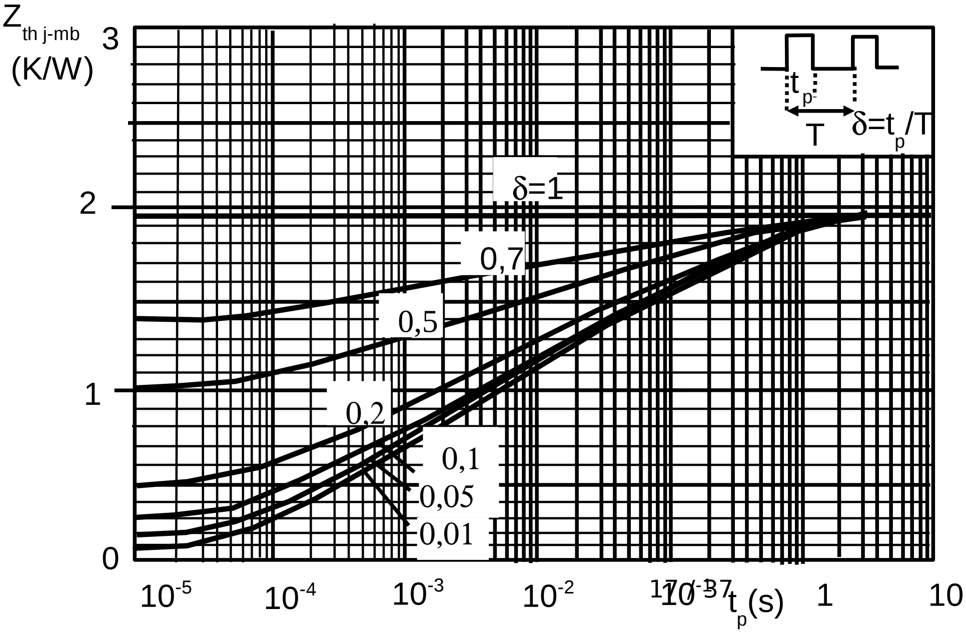
Jonction-fond de boîtier
$R_{th\ j\text{-}mb}$ =1,94 K/W



R_1 typ 8kΩ

R_2 typ 100Ω





TD5 Cinématique du point

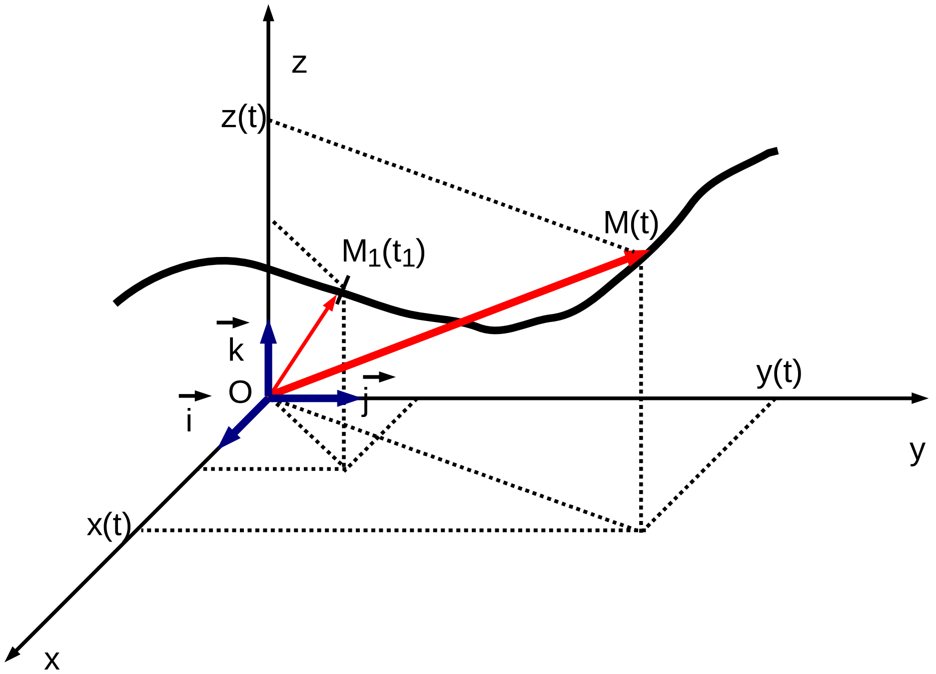
Des vecteurs pour se repérer et trouver vitesses et accélérations

Vecteur position

Pour étudier le mouvement d'un point M au cours du temps, il est nécessaire de :

- préciser le référentiel et le repère qui lui est lié $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
- préciser la position du point par son vecteur position :
  $\overrightarrow{OM}(t)=x(t)\cdot\vec{i}+y(t)\cdot\vec{j}+z(t)\cdot\vec{k}$

Remarque : on utilise parfois l'abscisse curviligne $s=\widehat{O'M}$ sur la trajectoire curviligne d'origine O'.



Vecteur vitesse

Par définition le vecteur vitesse est la dérivée première du vecteur position :

$$\vec{v}(t)=\frac{d\overrightarrow{OM}(t)}{dt}=\frac{dx(t)}{dt}\cdot\vec{i}+\frac{dy(t)}{dt}\cdot\vec{j}+\frac{dz(t)}{dt}\cdot\vec{k}$$ (vitesse instantanée : unité m.s^{-1})

A tout moment le vecteur $\vec{v}$ est tangent à la trajectoire.

On peut définir un vecteur unitaire $\vec{T}$ tangent à la trajectoire, dirigé dans le sens des abscisses curvilignes croissantes et dont l'origine est le point M se déplaçant sur la trajectoire. Le vecteur vitesse s'écrit alors :

$\vec{v}=\frac{d\widehat{OM}}{dt}\cdot\vec{T}=\frac{ds}{dt}\cdot\vec{T}=\bar{v}\cdot\vec{T}$ (où $\bar{v}$ est la mesure algébrique de $\vec{v}$ sur $\vec{T}$)

Vecteur accélération

Le vecteur accélération est défini par

$$\overrightarrow{a(t)}=\frac{d\,\vec{v}(t)}{dt}=\frac{d^2\overrightarrow{OM(t)}}{dt^2}=\frac{d^2x(t)}{dt^2}\cdot\vec{i}+\frac{d^2y(t)}{dt^2}\cdot\vec{j}+\frac{d^2z(t)}{dt^2}\cdot\vec{k}$$ (unité $m.s^{-2}$)

Exercice 1

Dans un référentiel lié à la terre, la trajectoire d'un point est repérée par x(t)=A.sin(ωt) et y(t)=B.cos(ωt) et z(t)=0.

1°) Calculer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$

2°) Calculer les composantes du vecteur accélération $\vec{a}$

3°) Quel est le type de trajectoire suivie par le point matériel ? Représenter $\vec{v}$ et $\vec{a}$ pour t=0, t=π/2ω, t=π/ω et t=3π/2ω.

Base de Frenet

La base de Frenet est composée du vecteur $\vec{T}$ précédemment défini (tangent à la trajectoire) et d'un vecteur $\vec{N}$ normal à $\vec{T}$ donc à la trajectoire. ($\vec{N}$ est orienté vers l'intérieur de la concavité de la trajectoire). Cette base n'est pas fixe puisqu'elle dépend du point de la trajectoire où se trouve le point M. Son intérêt est qu'elle permet de d'écrire le vecteur accélération sous la forme :

$\vec{a}=a_T\cdot\vec{T}+a_N\cdot\vec{N}$ avec $a_T=\frac{dv}{dt}$ accélération tangentielle et $a_N=\frac{v^2}{\rho}$ où v est le module du vecteur vitesse et ρ le rayon de courbure de la trajectoire au point considéré (ρ=R=cste si la trajectoire est un cercle). A_T et a_N sont évidemment des fonctions du temps.

Exercice 2

Calculer le rayon de courbure de la trajectoire de l'exercice précédent aux points correspondant aux temps t=0, t=π/2ω, t=π/ω et t=3π/2ω.

Les principaux types de mouvement

- Le mouvement rectiligne et uniforme : un mobile est en mouvement rectiligne et uniforme si son vecteur vitesse reste constant : $\vec{v}=\vec{v}_0=\overrightarrow{cste}$. Le vecteur accélération du point mobile est donc nul.
- Le mouvement rectiligne uniformément varié : un mobile est en mouvement rectiligne uniformément varié si sa trajectoire est rectiligne et si son vecteur accélération est constant : $\vec{a}=\vec{a}_0=\overrightarrow{cste}$. Les vecteurs $\vec{a},\vec{v}\;et\;\overrightarrow{OM}$ sont alors colinéaires. Le mouvement est uniformément accéléré si $\vec{a}\cdot\vec{v}>0$ ($\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont de même sens). Le mouvement est uniformément retardé si $\vec{a}\cdot\vec{v}<0$ ($\vec{a}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraires)

- Nous utiliserons dans le cas du mouvement uniformément varié les formules suivantes :

INFO

$$\vec{v}=\vec{a}\cdot t+\vec{v}_0$$

$$\overrightarrow{OM}(t)=\frac{1}{2}\vec{a}\,t^2+\vec{v}_0\cdot t+\overrightarrow{OM}_0$$

- Le mouvement circulaire pour lequel la trajectoire est un cercle. Dans ce cas :

– le rayon de courbure de la trajectoire est constant r=R=constante

– L'abscisse curviligne s'écrit s = R.θ où θ est l'angle, en radians, repérant la position du point M sur le cercle. S et θ sont, bien sûr, des fonctions du temps.

On en déduit :

– la vitesse linéaire tangentielle : $v=\frac{ds}{dt}=R\frac{d\theta}{dt}=R\omega$ ($\omega=\frac{d\theta}{dt}$ est appelée vitesse angulaire).

  On a la relation générale $T\cdot\omega=2\pi$

– L'accélération tangentielle : $a_T=\frac{dv}{dt}=R\cdot\frac{d\omega}{dt}=R\frac{d^2\theta}{dt^2}=R\dot{\omega}=R\ddot{\theta}$ et

  $\vec{a}_T=R\frac{d\omega}{dt}\vec{T}$. La quantité $\frac{d\omega}{dt}$ est l'accélération angulaire.

– L'accélération normale : $a_N=\frac{v^2}{R}=\omega^2\cdot R$ et $\vec{a}_N=\frac{v^2}{R}\cdot\vec{N}=R\cdot\omega^2\cdot\vec{N}$

Cas particuliers :

- mouvement circulaire uniforme : le cercle est, dans ce cas, décrit à la vitesse v constante (en module). On a alors ω=cste, $a_T=0$ et $a_N=\omega^2R$=cste. On appelle période la quantité T=2π/ω.

- mouvement circulaire uniformément varié : l'accélération angulaire est constante $\alpha=\frac{d^2\theta}{dt^2}$ alors $\omega=\alpha\cdot t+\omega_0$ et $\theta=\frac{1}{2}\alpha\cdot t^2+\omega_0\cdot t+\alpha_0$

Exercice 3

Une bille assimilée à un point matériel, est lancée dans le sens montant dans une gouttière rectiligne inclinée (voir figure 1). Dans le repère $(0,\vec{i})$ (ascendant) choisi selon la trajectoire, à la date t=0, la bille occupe la position M_0 (x_0=5m) et a une vitesse $\vec{v}_0=3\cdot\vec{i}$. Elle est soumise à une accélération constante $\vec{a}=-2\cdot\vec{i}$

1°) A quelle date t_1 et en quel point M_1 la bille s'arrête-t-elle ?

2°) A quelle date t_2 repasse-t-elle en M_0 ? Quel est alors son vecteur vitesse ?

3°) A quelle date t_3 passe-t-elle à l'origine ?

4°) Préciser les phase de son mouvement pour $t\geqslant 0$

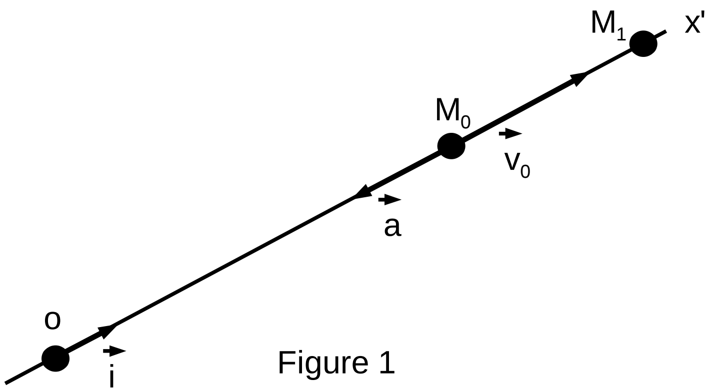


Figure 1

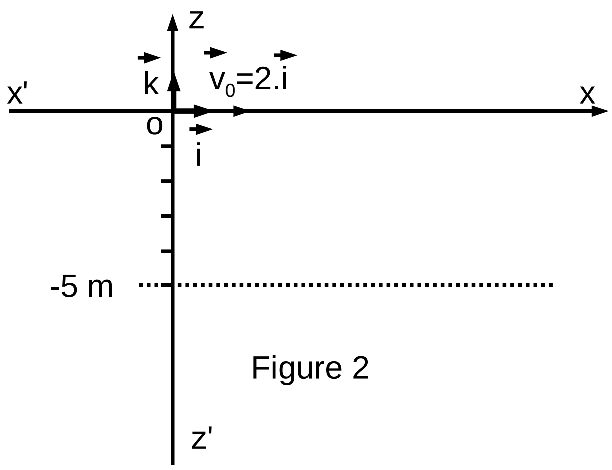


Figure 2

Exercice 4 Mouvement parabolique

Dans le repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{k})$ ($\vec{k}$ vertical ascendant voir figure 2) un projectile M supposé ponctuel est lancé dans l'espace à partir du point O à la date t=0 avec une vitesse $\vec{v_0}=2\cdot\vec{i}$. Il subit une accélération constante $\vec{a}=-10\cdot\vec{k}$.

1°) Montrer que la trajectoire est plane. Déterminer ce plan.

2°) Écrire les lois horaires x(t) et z(t) du mouvement du projectile puis l'équation cartésienne z=f(x) de sa trajectoire.

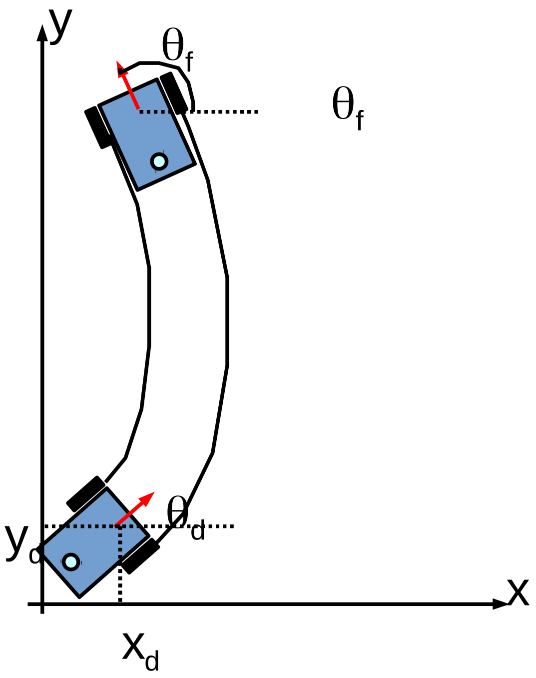
3°) A la date t_1=0,5s déterminer :

- le vecteur vitesse $\vec{v_1}$ du projectile
- le module v_1 de ce vecteur
- les coordonnée de la position M_1 du projectile.

4°) A quelle date t_2 le projectile rencontre-t-il le plan z=-5m ?

Exercice 5 Mouvement circulaire uniforme

Un essai avec un Robot MiniQ parfait (qui ne peut exister dans la vraie vie puisque la perfection n'existe pas) a donné le résultat suivant :

Trajectoire suivie	**Données**
	On donne : θ_d = 60° θ_f = 120° Rayon de l'arc de cercle intérieur : R_{int}=32 cm Entre axe entre les roues d=10 cm durée de l'essai : t= 1s

Indications : cet exercice fait appel à la cinématique du solide. On la rend ponctuelle en ne s'intéressant qu'au milieu de l'entre axe.

1°) Quel est le rayon du cercle extérieur R_{ext} ?

2°) En combien de temps réalise-t-on un cercle complet ?

3°) Quelle est la vitesse angulaire correspondante ?.

4°) Quelle est la distance parcourue pendant Δt = 1s sur le cercle intérieur ?
Indication : la longueur d'un arc de cercle est $R\theta$ si θ est exprimé en radian (R=rayon).

5°) Quelle est la distance parcourue pendant Δt = 1s sur le cercle extérieur ?
Indication : la longueur d'un arc de cercle est Rq si q est exprimé en radian (R=rayon).

6°) Proposer à l'aide des résultats précédents une durée pour tourner de 90° sur place.

TD6 Mouvement du centre d'inertie d'un solide

Nous allons aborder dans ce chapitre un certain nombre de principes destinés à raisonner de manière dynamique en mécanique, c'est à dire que nous allons faire apparaître des forces et des moments de forces.

Principe fondamental de la dynamique en translation

Centre d'inertie

Par rapport à un point O quelconque, le centre d'inertie (ou centre de gravité) G d'un système de n masses ponctuelles m_i réparties en des points G_i est tel que

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \overrightarrow{OG_i} = m \cdot \overrightarrow{OG} \quad \text{avec} \quad m = \sum_{i=1}^{n} m_i$$

Dans toute la suite nous supposerons, dans un premier temps, que les solides étudiés sont ponctuels (confondus avec leur centre d'inertie).

Si on appelle v_G la vitesse du centre de gravité d'un solide, le vecteur quantité de mouvement de ce solide est défini par :

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v_G} \quad \text{(unité kg.m.s}^{-1}\text{)}$$

Principe d'inertie

Dans un repère galiléen, un point matériel isolé (c'est à dire soumis à aucune force) ou pseudo-isolé (c'est à dire tel que $\sum \vec{F} = \vec{0}$) :

- soit conserve son état de repos s'il était préalablement au repos
- soit est animé par d'un mouvement rectiligne et uniforme.

Ce principe s'applique aussi au centre de gravité d'un solide isolé ou pseudo-isolé.

Principe fondamental de la dynamique

Dans un repère galiléen, la somme vectorielle de toutes les forces appliquées à un solide est égale à la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement du solide à cet instant :

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{(l'unité est le Newton : N=kg.m.s}^{-2}\text{)}$$

Remarque : les deux principes énoncés ci-dessus montrent que la quantité de mouvement est une grandeur qui se conserve pour les solides isolés ou pseudo-isolés.

Théorème du centre d'inertie

Dans un repère galiléen, la somme vectorielle des forces appliquées à un solide est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a_G}$$

Cas particulier de la pesanteur (accélération constante)

Le poids est une force verticale (dirigée vers le centre de la terre). Il est caractérisé par une accélération notée g=9,81 ms^{-2}. Cette valeur n'est pas une constante. Elle dépend de la position géographique car la terre n'est pas sphérique ainsi que de l'altitude. Nous n'étudierons pas ces variations cette année.
Ce qui caractérise ce cas particulier est que l'on peut remplacer la dérivée de la vitesse par un rapport de variation :

$$g = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Nous utiliserons dans le cas de la pesanteur les formules suivantes :

INFO

$$\vec{v} = \vec{g} \cdot t + \vec{v_0}$$

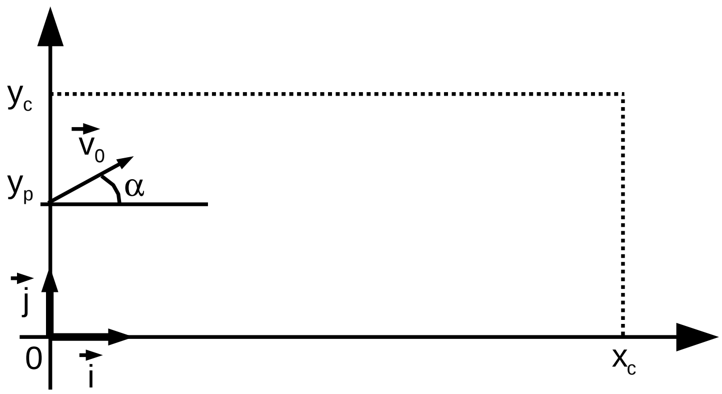
$$\overrightarrow{OM}(t) = \frac{1}{2} \vec{g} t^2 + \vec{v_0} \cdot t + \overrightarrow{OM}_0$$

Dans le cas d'une accélération constante a, remplacer g par a.

<u>Exercice 1</u>

Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ une cible a pour coordonnées x_c=30m, y_c=20m.
A partir d'un point P de coordonnées x_p=0m et y_p=10m, un projectile est lancé avec une vitesse initiale de module v_0 = 50ms^{-1} sous un angle α. On donne g=10ms^{-2} et

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$



1) Quelles sont les composantes du vecteur accélération ?

2) En déduire les composantes du vecteur vitesse ?

3) Donner les équations horaires du mouvement du projectile ?

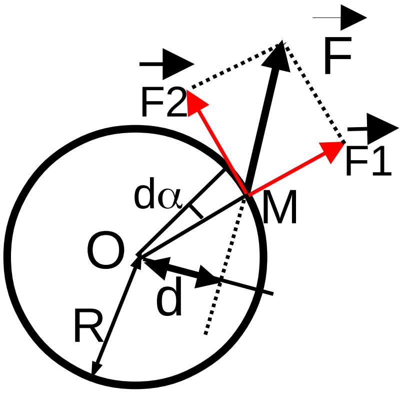
4) En déduire l'équation cartésienne du mouvement y=f(x) ?

5) Déterminer les angles de tir qui permettent d'atteindre la cible en écrivant une équation du second degré en tan(α) en prenant soin de calculer chacun des coefficient ?

6) En déduire les deux valeurs de tan(α) ainsi que les angles correspondants.

Principe fondamental de la dynamique en rotation

Moment d'une force



Nous présentons ci-contre une rotation vue de dessus. Un point matériel est soumis à une force F mais ce point ne peut décrire qu'une trajectoire qui est un cercle. C'est ce qui se passe quand vous ouvrez une porte.

On appelle moment de la force F le produit vectoriel :

$$\boxed{\overrightarrow{M_{F/\Delta}} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}}$$

Pour ne pas travailler avec ce produit vectoriel, nous décomposons la force F comme indiqué sur la figure.

F et tangent au mouvement :

$$M_{F/\Delta} = M_{F_1/\Delta} + M_{F_2/\Delta} = OM \cdot F_2 = d \cdot \|\vec{F}\|$$ (unité N.m)

d s'appelle le bras de levier.

Moment d'inertie

Le moment d'inertie par rapport à l'axe Δ sera noté I. Il vaut si l'on a un ensemble de masses discret :

$$\boxed{I_{/\Delta} = \sum_{i=0}^{i=n} m_i \cdot r_i^{\,2}}$$ (unité kg.m²)

Lorsque nous utiliserons un solide nous donnerons toujours la formule qui permet le calcul de son moment d'inertie.

Principe fondamental de la dynamique en rotation

Pour qu'un solide tourne à une vitesse constante il faut que la somme totale des moments de l'ensemble des forces soit nul. Lorsque ce n'est pas le cas une accélération angulaire est liée à la somme des moments des forces de la façon suivante :

$$\boxed{\sum M_{F_i/\Delta} = I_{/\Delta} \cdot \frac{d\omega}{dt}}$$ ou si accélération constante $$\boxed{\sum M_{F_i/\Delta} = I_{/\Delta} \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

<u>Remarque</u> : ce calcul est algébrique, on sépare les forces qui font tourner dans un sens (pris arbitrairement) et les forces qui font tourner dans l'autre sens. Si les moments des premières sont choisis positifs et ceux des deuxièmes sont alors négatifs.

Exercice 3

Les caractéristiques d'un disque audionumérique sont fixées par un standard (livre rouge ou red book)

Diamètre extérieur : 120 mm

Diamètre intérieur : 15 mm

Epaisseur : 1,2 mm

Masse : de 14 à 33g

Sens de rotation horaire (quand le disque est vu de dessus)

Vitesse linéaire : de 1,2 à 1,4 ms^{-1} environ. La vitesse linéaire de lecture est constante et permet d'obtenir un débit des informations audionumériques de 176 400 octets par seconde.

Durée maximale de lecture : 74 mn

Capacité : 840 Mo

Profondeur d'impression ou gravure : 0,13 μm

Pas de la spire :1,6 μm

Largeur de la piste : 0,5 μm

Diamètre du spot laser : environ 1 μm

1°) On rappelle que le moment d'inertie d'un volant d'inertie homogène est donné par la formule : $J= 1/2\ m\ (R^2+r^2)$ si r représente le rayon intérieur et R le rayon extérieur du volant.

En considérant le disque audionumérique comme un volant d'inertie, calculer son moment d'inertie maximal.

2°) Le disque est gravé en spirale en commençant par l'intérieur. Le débit de lecture doit toujours être le même, et ainsi la vitesse linéaire de lecture est constante et fixée à 1,2 ms^{-1}. C'est donc la vitesse de rotation qui varie en fonction de la position r de la tête de lecture sur le rayon (25mm < r <58mm). Calculer les vitesses de rotation en début de lecture et en fin de lecture.

3°) Le disque est supposé immobile. On veut lui faire subir une accélération angulaire constante telle qu'il puisse lire la première piste au bout d'une seconde. La première piste lue est à l'intérieur de la surface enregistrée. Si l'on néglige les frottements, quel sera le couple moteur constant C nécessaire pour réaliser l'accélération constante correspondante ?

4°) (**Question hors TD**) L'information sur la piste en spirale est située à des endroits appelés pits. En schématisant un peu on peut dire que la présence ou l'absence d'une micro-bosse sur un pit correspond à un bit d'information. Le débit D est de 176 400 octets par secondes.

Quelle est la distance séparant deux pits si l'on garde la vitesse linéaire v de 1,2 $m.s^{-1}$?

Réponse : L = 1,2 / 1411200 = 0,85034 μm . (176400 x 8 = 1411200)

Exercice 4

1°) Écrire la relation exprimant le principe fondamental de la dynamique et permettant d'étudier pour un solide mobile autour d'un axe fixe les variations de ω en fonction du temps.

On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre est $1/2mR^2$ que celui d'un volant d'inertie est $1/2m(R^2+r^2)$

2°) Un disque homogène d'épaisseur constante de rayon R, de masse m, tourne à une vitesse angulaire constante $\omega_0>0$ autour de son axe Δ. Il est soumis à un couple moteur C_m et à un couple résistant $-C_r$.

On supprime le couple moteur et l'on constate que la vitesse angulaire varie de façon sensiblement linéaire en fonction du temps, le disque s'arrêtant au bout d'un temps t_1 ; calculer littéralement le couple résistant en fonction de m, R, C_r, t_1 et ω_0.

Indications : remplacer $d\omega/dt$ par $\Delta\omega/\Delta t$ avec $\Delta t= t_1$ dans la question 1.

Application numérique : R=15 cm, m=2 kg. Le disque tourne à la vitesse de 45 $tr.mn^{-1}$; t_1=30 s.

3° - a) Le disque partant du repos, calculer numériquement et littéralement, le couple moteur positif constant C_m' nécessaire pour que la vitesse ω_0 soit atteinte en t_2= 5 s. Ne pas négliger C_r.

(Indications : remplacer $d\omega/dt$ par $\Delta\omega/\Delta t$ avec $\Delta t= t_2$ dans la question 1)

b) La vitesse reste, à partir de cet instant, constante parce que l'on remplace C_m' par C_m. Calculer C_m

4°- a) Le disque précédent, toujours soumis au couple C_m' constant et au couple résistant constant $-C_r$ est, en plus, soumis à un couple résistant proportionnel à la vitesse angulaire ω et de module $-f|\omega|$. Le disque partant du repos, écrire l'équation différentielle liant la vitesse angulaire ω et le temps t.

b) Montrer que la vitesse tend vers une valeur limite que l'on calculera.

TD 7 Travail, puissance énergie

Cas de la translation

Travail et énergie potentielle

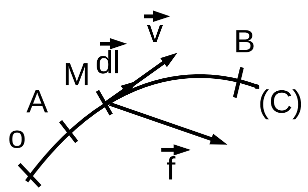
Travail d'une force

Le travail d'une force $\vec{F}$ constante lors d'un déplacement $\overrightarrow{AB}$ est $W=\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}$. C'est un produit scalaire. Il est nul avec l'une des trois conditions (au moins) :

- $\vec{F}=\vec{0}$ et donc F = 0
- $\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ et donc AB = 0
- $\widehat{(\vec{F},\overrightarrow{AB})}=90°=\frac{\pi}{2}$

Son unité est le Joule si la force est exprimée en Newton et le déplacement en mètres.

Généralisation



Soit un point matériel M effectuant un déplacement le long d'une trajectoire (C) depuis un point A (instant t_1) jusqu'à un point B (instant t_2) tandis qu'il est soumis à une force $\vec{f}$.

On appelle travail élémentaire dW de la force $\vec{f}$ le produit scalaire :

$$dW(\vec{f})=\vec{f}\cdot\vec{dl}$$

où $\vec{dl}$ représente un déplacement élémentaire (infiniment petit)du point M sur sa trajectoire.

Comme $\vec{v}=\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}=\frac{\vec{dl}}{dt}$ le travail élémentaire peut encore s'écrire $dW=\vec{f}\cdot\vec{v}\cdot dt=P\cdot dt$ avec donc

$\frac{dW}{dt}=\vec{f}\cdot\vec{v}=P$ est la puissance instantanée (qui s'exprime en Watt).

Finalement pour un déplacement du point M de A jusqu'à B il vient :

$$W_{A\rightarrow B}(\vec{f})=\int_A^B \vec{f}\cdot\vec{dl} \text{ ou } W_{A\rightarrow B}(\vec{f})=\int_{t_A}^{t_B} \vec{f}\cdot\vec{v}\,dt$$ (l'unité est le Joule J=kgm^{2}s^{-2})

Remarques

- Le travail d'une force peut être positif (travail moteur) ou négatif (travail résistant cas des forces de frottement par exemple)

- Si plusieurs forces sont appliquées au point matériel, le travail total est égal au travail de la résultante de toutes les forces
- Dans le cas d'un système matériel le travail total est égal à la somme algébrique des travaux de toutes les forces appliquées (forces intérieures et extérieures).

  Si le système matériel est un solide indéformable, le travail des forces intérieures est nul et le travail total se réduit au seul travail des forces extérieures.

Nous n'envisagerons ici que le cas des solides indéformables.

Énergie potentielle

Chaque fois que le travail d'un système de force $(\vec{f}_{1,}\vec{f}_{2,}...)$ appliqué à un solide ne dépend pas du chemin suivi par le solide pour aller d'un point A vers un point B, on peut définir une fonction énergie potentielle E_p. Le travail effectué par les forces $\vec{f}_i$ dans le déplacement de A vers B est alors égal à la variation d'énergie potentielle entre ces deux points (énergie potentielle finale moins énergie potentielle initiale) changée en signe :

$$\sum W_{A\to B}(\vec{f}_i)=-(E_{pB}-E_{pA})$$

Autrement dit le travail effectué pour aller de A à B est égal à l'énergie potentielle initiale moins l'énergie potentielle finale :

$$\sum W_{A\to B}(\vec{f}_i)=E_{pA}-E_{pB}$$

Exemple : force de pesanteur

On rappelle que le poids $\vec{P}$ d'un solide est défini par le produit de la masse m de ce solide par l'accélération de pesanteur $\vec{g}$ soit : $\vec{P}=m\cdot\vec{g}$ avec $|\vec{g}|=9{,}81\,m\cdot s^{-1}$ (On sait que $\vec{P}$ est appliqué au centre de gravité G du solide)

L'énergie potentielle est alors donnée par :

$$E_p=\|\vec{P}\|\cdot z+cste=m\cdot g\cdot z+cste$$

où z est l'altitude de G, l'axe $\vec{Oz}$ étant vertical ascendant et avec $g=\|\vec{g}\|$.

Dans ces conditions le travail effectué par $\vec{P}$ lors d'un déplacement d'un point A à un point B s'écrit :

$$W_{A\to B}(\vec{P})=m\cdot g\cdot(z_A-z_B)$$

Autre énergie potentielle : particule chargée dans un champ électrique, ou l'énergie potentielle d'un ressort.

Énergie cinétique

L'énergie cinétique est une énergie qui est associée au mouvement. Tout solide de masse m dont le centre d'inertie G est animé d'une vitesse v possède une énergie :

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2}$$ (Joule J=kgm^{2}s^{-2})

Conservation de l'énergie mécanique

L'énergie mécanique totale est définie comme la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle (quand elle existe). Elle se conserve au cours du temps pour un système n'ayant pas d'échange d'énergie autre que mécanique avec l'extérieur et plus particulièrement dans le cas d'un système supposé sans frottement.

$$\boxed{E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}}$$

Exercise 1

(a) A mass of 3 kilograms is traveling at speed of 17 meters per second. How much kinetic energy does it have ? (b) How much energy does a 1-pound edition of Charles darwin's Origin of species gain when lifted a distance of 5 feet ? What about a 2-pound stack of the national Enquirer ? (c) How much energy does it take to lift a 10-ton elephant 0.5 meter ?
1 meter is 3.28 feet.
1 pound is 0.454 kilogram.

Théorème de l'énergie cinétique

Dans un repère Galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un solide entre deux instants quelconques t_1 (point A) t_2 (point B) est égale à la somme algébrique des travaux effectués par toutes les forces s'exerçant sur le solide pendant le même intervalle de temps.

Démonstration

En appelant $\vec{V}$ la vitesse du centre d'inertie et $\vec{F}$ la somme vectorielle de toutes les forces appliquées $(\vec{F} = \sum \vec{f}_i)$ il vient : $dW = \vec{F} \cdot \vec{V} \cdot dt.$

D'autre part : $\vec{F} = \frac{d(m \cdot \vec{V})}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt}$. Donc $dW = m \frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{V} \cdot dt = m \vec{V} \cdot d\vec{V}$

Or $E_c = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} m \vec{V}^2$ soit $dE_c = d(\frac{1}{2} m \vec{V}^2) = m \vec{V} \cdot d\vec{V} = mV \cdot dV$ et $dW = d(\frac{1}{2} mV^2).$

En intégrant de t_1 (point A) à t_2 (point B) on obtient :

$$\boxed{W_{A \to B}(\vec{F}) = \frac{1}{2} m(V_B{}^2 - V_A{}^2) = E_{cB} - E_{cA}}$$

Cas particulier : si l'on peut définir une énergie potentielle et s'il n'y a pas de frottement on a :

$E_{pA} - E_{pB} = E_{cB} - E_{cA}$ où l'on retrouve la conservation de l'énergie mécanique.

(s'il y a des frottements, il existe un travail résistant (négatif) des forces de frottement, pour lequel on ne peut pas définir d'énergie potentielle : il n'y a pas conservation de l'énergie mécanique).

Exercise 2

If a boulder is dropped from a building 75 meters tall, what is its speed (a) when it hits the ground, assuming that we neglect air resistance ? (b) when the boulder passes a window halfway down ?

boulder = galet, grosse pierre

Exercice 3

Un solide S_1 supposé ponctuel de masse m_1 = 50g, est abandonné sans vitesse initiale d'un point A et glisse sur un plan incliné d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale (figure 1 ci-dessous). Après un parcours AB = L = 1m, il aborde un plan horizontal sur lequel il continue de glisser avant de heurter un solide S_2 immobile supposé ponctuel, de masse m_2 = 150g.

Tous les mouvements s'effectuent sans frottement. On prendra g = 10 ms^{-2}.

1) Calculer juste avant le choc avec S_2, la vitesse v_1 du solide S_1, sa quantité de mouvement p_1 et son énergie cinétique E_{c1}.
2) Au moment du choc il y a accrochage des deux solides. Appliquer la loi de conservation de la quantité de mouvement pour en déduire la vitesse v_G du centre d'inertie de l'ensemble des deux solides juste après le choc.
3) Y a-t-il eu conservation de l'énergie cinétique ?

Exercice 4

Un skieur assimilé à un point G, de masse 80 kg, glisse sur une piste formée de deux parties AB et BC situées dans le même plan vertical (figure 2 ci-dessous). L'arc AB de centre O situé sur la verticale de B, a un rayon r = 50 m et BC est une partie horizontale de longueur l = 50m.

Le skieur part sans vitesse initiale du point A tel que $\alpha_A=(\vec{OB},\vec{OA})=60°$. On prendra g=9,8 ms^{-2}.

1°) En négligeant les frottements, calculer la vitesse du skieur en un point M quelconque de l'arc AB repéré par l'angle $\alpha=(\vec{OB},\vec{OM})$. En déduire sa vitesse au point E tel que $\alpha_E=(\vec{OB},\vec{OE})=30°$ et celle du point B.

2°) En fait sur le trajet ABC, existent des forces de frottements assimilables à une force tangente à la trajectoire et d'intensité constante F. Si le skieur arrive sans vitesse en C, quelle est la valeur F du module de cette force de frottement ?

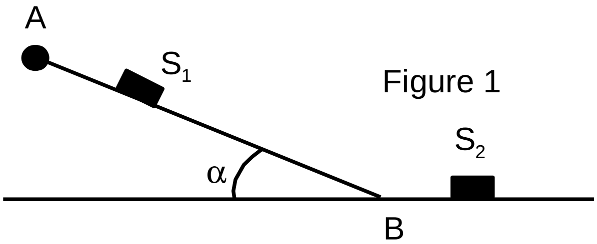


Figure 1

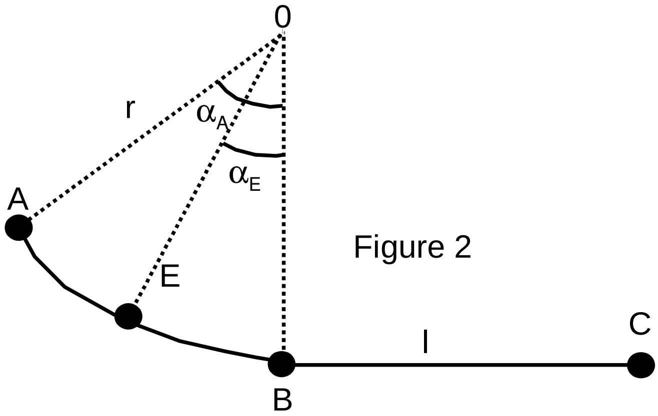


Figure 2

Exercise 5 (Springs = ressorts)
Springs can store energy when they are extended or compressed. The energy in a stored springs is $E_S=1/2k(\Delta x)^2$, where k is called the spring constant, with units of joule per squared meter, and Δx is the amount of compression or extension of the spring in meters. (A positive Δx counts as an extension, or lengthening, of the spring from its « free » length, and a negative Δx counts as a compression, or shortening, of the spring.)
(a) Suppose a spring is attached at one end to the ceiling of a room and at the other end to a mass m. The mass is dropped from the free position of the spring, $\Delta x=0$, and begins oscillating up and down. Using the conservation of energy, derive a general equation relating the speed v of the mass and displacement Δx of the spring at any moment of time. (Hint : As the mass falls, the released gravitational energy goes into two forms : kinetic energy of motion of the mass and energy stored in the spring.)
(b) Solve the quadratic equation of Δx in terms of v. Show that the maximum extension Δx_{max} of the spring occurs when v=0, as you would expect (all of the released gravitational energy in the spring). What is Δx_{max} ? Express your answer in terms of k, m and g, the gravitational acceleration.
(c) Evaluate the maximum extension when m=5 kilograms and k=50 joules per squared meter. (d) Rewrite the equation in (a) as an equation for v^2 in terms of Δx. Note that v=0 when $\Delta x=0$ and $\Delta x= \Delta x_{max}$, the two limits of the spring's length. Show that the maximum speed occurs when the spring is at half its maximum extension, $\Delta x= \Delta x_{max}/2$. [Hint : You can prove this last result by noting that any equation of the form

$$y= -ax^2 +bx$$

can be written as

$$y=-(\sqrt{a}x-\frac{b}{2\cdot\sqrt{a}})^2+\frac{b^2}{4\cdot a}$$

for which y has its maximum value when the term in parentheses is zero, at x=b/2a.] Find the maximum speed of the mass in terms of k, g, and m. Now evaluate for values k and m given in (c).

Cas de la rotation

Étude d'une rotation simple

Parfois, la distinction entre rotation et translation n'est pas essentielle. Voici un exemple sous forme d'exercice.

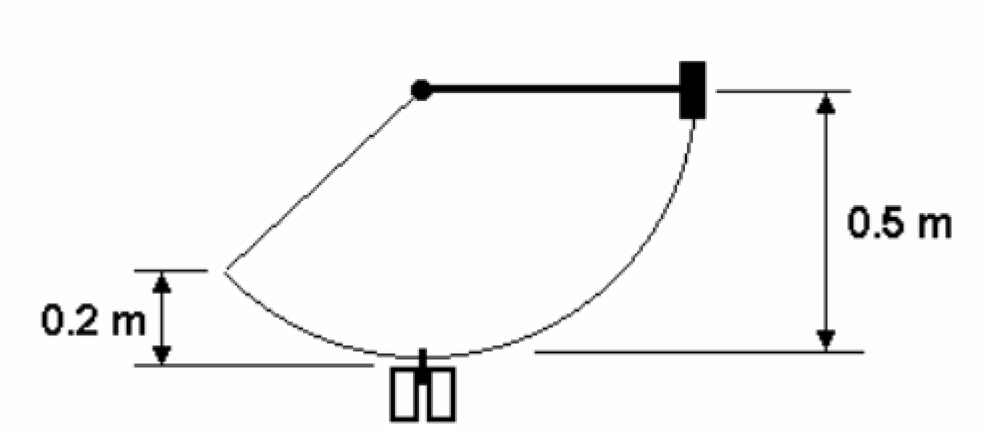
Exercise 6

A simple impact tester consists of a hammer of mass 0.6 kg on a pivoted light rod 0.5 m long as shown. The hammer is raised to the horizontal position and allowed to swing down hitting the test sample in a vice as shown. The hammer continues in its swing to a height of 0.2 m on the other side. Determine

i. The velocity of the hammer when it strikes the sample.

ii. The energy absorbed in the impact.

iii. The angular velocity at the bottom of the swing.



Travail élémentaire d'une force en rotation

Soit un point M en rotation autour d'un axe Δ (figure ci-contre) se déplaçant d'une quantité élémentaire d W et soumis à la force F. Le travail élémentaire de cette force lors du déplacement peut naturellement s'écrire :

$$dW = \vec{F} \cdot \vec{dl} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3) \cdot \vec{dl}$$

Comme le vecteur $\vec{dl}$ est tangent au déplacement, les produits $\vec{F}_1 \cdot \vec{dl}$ et $\vec{F}_3 \cdot \vec{dl}$ sont nuls. Il vient donc :

$$dW = \vec{F}_2 \cdot \vec{dl} = \vec{F}_2 \cdot \vec{OM} \cdot d\alpha = F_2 \cdot OM \cdot d\alpha$$

La quantité F_2.OM est appelé moment de la force F_2 par rapport à W. Dans le cas présent c'est aussi le moment de la force F/ W.

Il nous faut donc retenir :

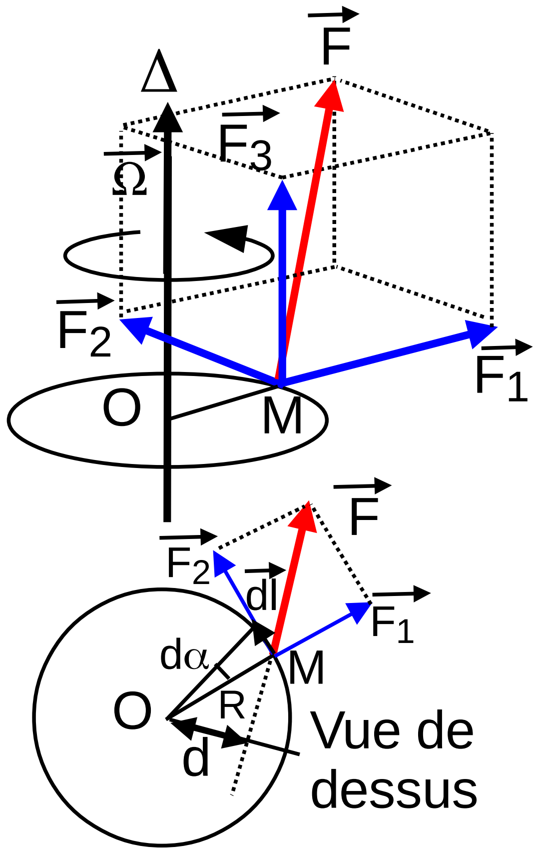
$\boxed{dW = M_{F/\Delta} \cdot d\alpha}$ (J = N.m x rad)

et si F et tangent au mouvement :

$M_{F/\Delta} = OM \cdot F$ (unité N.m)

ou si F n'est pas tangent :

$$\boxed{\overrightarrow{M_{F/\Delta}} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}}$$



Le repérage du sens du vecteur moment est donné par le sens du tire-bouchon.

Couple moteur et son moment - puissance d'un moteur

L'action d'un moteur se traduit par des forces exercées par l'arbre. Ces forces sont des forces de contact réparties à sa surface. On peut les schématiser par un ensemble de groupes de deux forces F de même intensité et de sens opposé appliquées aux deux extrémités d'un même diamètre d de l'arbre. Un tel système constitue ce que l'on appelle un couple de forces. Si l'on note C le moment de ce couple de force (C=F.d) on peut définir la puissance par P = C. Ω.

Exercice 7

Dans une notice automobile on lit : couple maximal (à 3000 tours/mn) 16,4 m.daN (comprendre : moment du couple maxi). Quelle est alors la puissance du moteur ?

Dans la même notice on lit : puissance maximale 96 ch à 5200 tours/minute. Quelles conclusions en tirez-vous ? (1ch = 736 W)

Energie cinétique d'un corps en rotation

Lorsqu'un corps solide tourne autour d'un axe fixe Δ, ses diverses parties élémentaires de masses m_i décrivent des cercles de rayons r_i avec différentes vitesses linéaires v_i. Si toutes les vitesses linéaires v_i sont différentes, la vitesse angulaire de tous ces points est la même (si le corps ne se déforme pas pendant la rotation), c'est à dire que :

$\Omega = v_1/r_1 = v_2/r_2 = ...$

L'énergie cinétique du corps tournant sera

$Ec = 1/2\ m_1 v_1^2 + 1/2\ m_2 v_2^2 + 1/2\ m_3 v_3^2 + ... + 1/2\ m_n v_n^2$

$= \Omega^2/2\ (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + .. + m_n r_n^2)$

La quantité entre parenthèse sera appelée moment d'inertie par rapport à l'axe Δ et notée I. Elle vaut donc :

$\boxed{I_{/\Delta} = \sum_{i=0}^{i=n} m_i \cdot r_i^2}$ (unité kg.m²)

Dans le cas général où les masses ne sont plus discrètement réparties mais continûment réparties,

il se calcule par la formule : $I_{/\Delta} = \iiint_V r^2 \cdot dm = \iiint_V r^2 \cdot \rho \cdot dv$

si ρ désigne la masse volumique et dv l'élément de volume.

On retiendra donc :

$\boxed{E_c = \frac{1}{2} \cdot I_{/\Delta} \cdot \omega^2}$ (Joule = kg.m² x (rad/s)²

Exercice 8

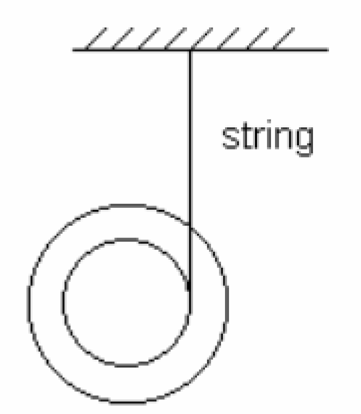
Un volant d'inertie est réalisé en fonte (7200kg/m³), de diamètre extérieur D=2m, de diamètre intérieur d=1,6m et de largeur L=0,4m, calculez sa masse M et son moment d'inertie I.

- Quelle accélération prend-t-il pour un couple moteur C=500Nm ?
- Quelle sera sa vitesse après 1mn d'entraînement (vitesse initiale nulle)?
- Quelle est l'énergie cinétique emmagasinée à n_1=1tr/s et à n_2 = 1500tr/mn?

Exercise 9

The wheel shown has a mass of 0.5 kg and a radius of gyration of 0.02 m.
The radius of the drum is 0.01 m.

Calculate the linear and angular velocity of the wheel after falls 0.6 m.



Hint : the moment of inertia of a weel is given by

$I = M.R^2$

Cas de la translation et rotation

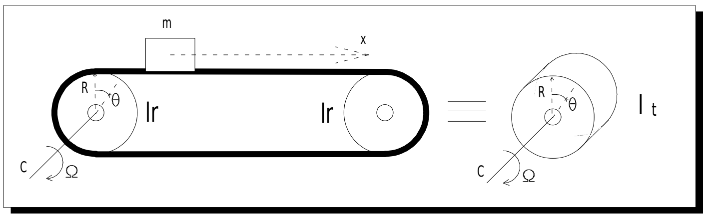
On se trouve dans cette situation assez souvent : dès qu'un moteur (qui tourne) est utilisé pour faire avancer quelque chose. Dans ce cas la translation peut se ramener à de la rotation en utilisant la relation entre vitesse angulaire et vitesse de translation.

On retiendra donc :

$\boxed{E_c=\frac{1}{2}\cdot I_{/\Delta}\cdot\omega^2+\frac{1}{2}\cdot M\cdot v^2}$ (Joule = kg.m^2 x (rad/s)^2

Exercice 10

Un tapis roulant entraîne une masse m, la force d'inertie $F_m = m.d^2x/dt^2$ de la masse peut être ramenée à une inertie I_m au niveau de l'axe, les deux rouleaux possèdent une inertie I_r, quelle est l'inertie totale I_t ramenée sur l'axe moteur ?



Quel est le couple moteur C à fournir pour donner une accélération « a » à la masse?
La masse possède une vitesse v, quelle énergie devra emmagasiner le moteur pour immobiliser l'ensemble?

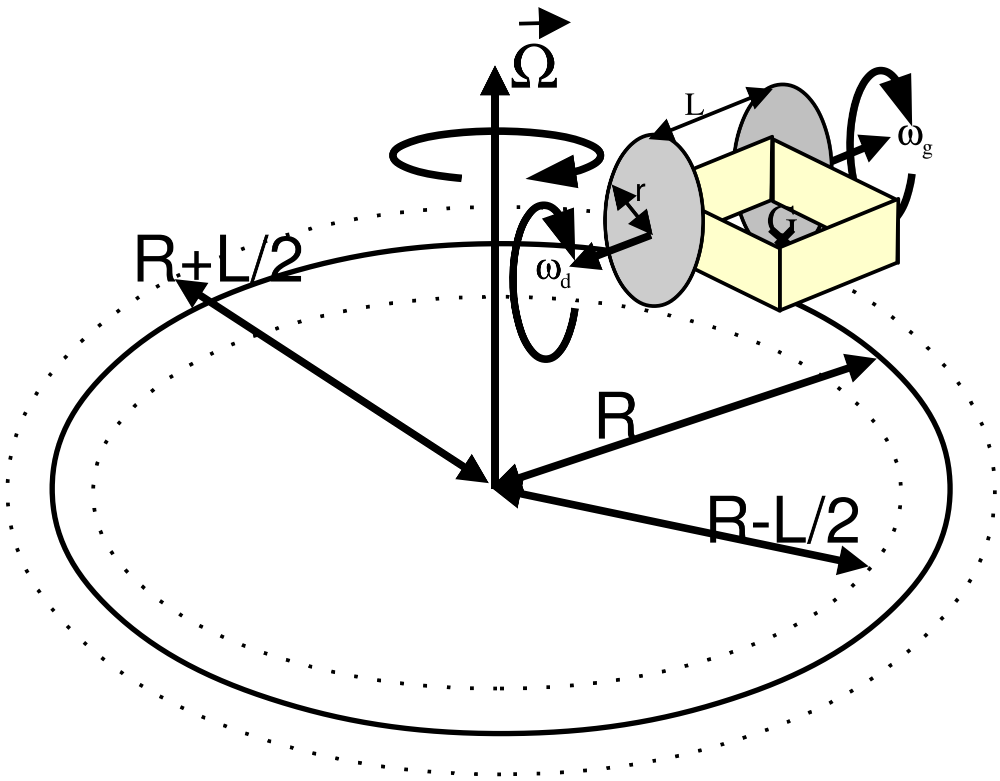
Exercice 11 (Etude d'un robot différentiel)

Pour notre robot différentiel, on suppose que deux moteurs électriques entraînent directement les roues (sans démultiplication). Les deux moteurs tournent avec des vitesses constantes mais différentes. La voie entre les deux roues est de b=20 cm et les roues ont un diamètre D=10 cm. Un moteur tourne à 2 rad/s et l'autre à 1,9 rad/s et on désire calculer le rayon intérieur R du cercle parcouru par le robot (voir figure ci-après).

1°) Calculer les distances intérieures et extérieures ΔL_{int} et ΔL_{ext} parcourues par les roues pour un même intervalle de temps Δt en fonction de R_{roue}, Δt,ω_{int}, ω_{ext} si ω_{int} et ω_{ext} désignent respectivement les vitesses angulaires de la roue intérieure et de la roue extérieure.

2°) Refaire ce même calcul en fonction de Ω vitesse de rotation du robot sur le cercle le rayon du cercle R et la voie b pour un même intervalle de temps Δt.

3°) En déduire de la vitesse de rotation Ω et la période T correspondante ainsi que le rayon R en fonction de R_{roue}, b,ω_{int}, ω_{ext}. Applications numériques.



TD3

Exercice 2

2°) On compte 37 carreaux (par défaut) pour la première courbe.

Aire $\frac{2}{T} \cdot 37 \cdot \frac{T}{2 \cdot 9} \cdot \frac{U_{eMax} \cdot I_{eMax}}{7} = 0.587 \cdot U_{eMax} \cdot I_{eMax}$

Le calcul avec l'intégrale donne : $\frac{2}{\pi} \cdot U_{eMax} \cdot I_{eMax} = 0.637 \cdot U_{eMax} \cdot I_{eMax}$

Il faudrait répondre 40 carreaux à la première question pour obtenir un résultat quasi identique, ce qui semble très raisonnable à la vue du dessin.

TD4 Corrections

Exercice 3

With switching frequency f_{sw} in kilohertz, the total power loss = 40 + 1.1f_{sw}. The maximum allowable thermal gradient from the device case to the junction is 150 – 50 = 100°C.

Therefore, the maximum power loss this device can withstand = 100°C ÷ 1.85°C/W = 54.05 W, which should be equal to 40 + 1.1 × f_{sw}.

Equating the two, we get 54.05 = 40 + 1.1f_{sw} or f_{sw} = 12.78 kHz, which is the maximum allowable switching frequency for this device.

Exercice 4

1°)

$$\text{Maximum output power} = \frac{T_{max} - T_a}{\theta_{sa}\left(\frac{1}{\eta} - 1\right)}$$

$T_{max} = 85°C$

$T_a = 45°C$

$\theta_{sa} = 1.8°C/W$

$\eta = 81\% \quad = (0.81)$

$$\text{Maximum output power} = \frac{85 - 45}{1.8\left(\frac{1}{0.81} - 1\right)}$$

$= 95$ W max.

2°)

$$\text{Maximum thermal impedance} = \frac{T_{max} - T_a}{P_{out}\left(\frac{1}{\eta} - 1\right)}$$

$T_{max} = 100°C$

$T_a = 55°C$

$P_{out} = 45\ W$

$\eta = 85\% = (0.85)$

$$\text{Maximum thermal impedance} = \frac{100 - 55}{45\left(\frac{1}{0.85} - 1\right)}$$

$= 5.7°C/W$

TD7

Exercice 6

SOLUTION

The initial potential energy of the hammer = mg z_1 = 0.6 x 9.81 x 0.5 = 2.943 J
The Kinetic energy at the lowest point will be the same if none is lost so equate them.

KE = $mv^2/2$ = 2.943 J
0.6 $v^2/2$ = 2.943
v = 3.13 m/s

The potential energy at the end of the swing = mg z_2

P.E. = 0.6 x 9.81 x 0.2 = 1.177 J

Energy lost in the impact = 2.943 - 1.177 = 1.766 J

The angular velocity of the hammer at the bottom of the swing = ω = v/r
ω = 3.13/0.5 = 6.26 rad/s

Exercise 9

As the wheel falls it will lose potential energy and gain two forms of kinetic energy because it has a velocity down and the string makes it spin. First calculate the change in potential Energy when it falls 0.6 m.

P.E. = mg z = 0.5 x 9.81 x 0.6 = 2.943 J

Next formulate the kinetic energy gained.

Linear K.E. $mv^2/2$

Angular kinetic energy = $I\,\omega^2/2$

Calculate the moment of inertia $I = Mk^2 = 0.5 \text{ x } 0.02^2 = 200 \text{ x } 10^{-6}$ kg m^2

Equate the P.E. to the K.E.

$$2.943 = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{0.5\,v^2}{2} + \frac{200 \text{ x } 10^{-6}\,\omega^2}{2}$$

Substitute $v = \omega r$

$$2.943 = \frac{0.5\,\omega^2 r^2}{2} + \frac{200 \text{ x } 10^{-6}\,\omega^2}{2} = \frac{0.5 \text{ x } \omega^2 \text{ x } 0.01^2}{2} + \frac{200 \text{ x } 10^{-6}\,\omega^2}{2}$$

$$2.943 = 25 \text{ x } 10^{-6}\,\omega^2 + 100\omega^2 = 125 \text{ x } 10^{-6}\,\omega^2$$

$$\omega^2 = 23544 \quad \omega = 153.44 \text{ rad/s}$$

Now calculate $v = \omega r = 153.44 \text{ x } 0.01 = 1.53$ m/s