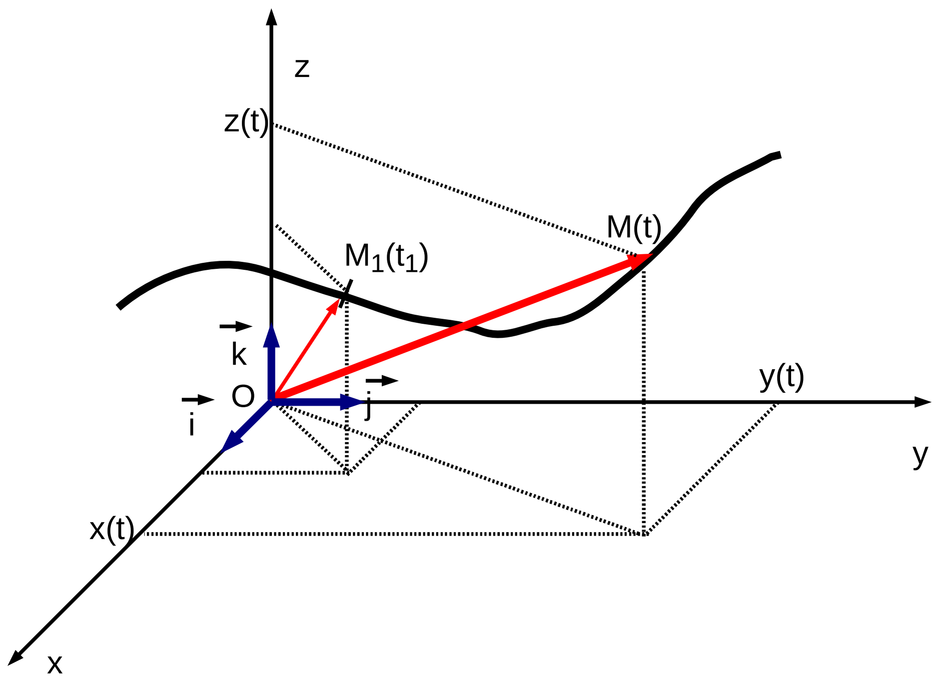
Cours 3 Mécanique

I) Vecteurs

- Repères
- addition
- multiplication par une constante
- produit scalaire

II) Position, vitesse accélération



$$\overrightarrow{OM(t)} = x(t)\cdot\vec{i} + y(t)\cdot\vec{j} + z(t)\cdot\vec{k}$$

$$\overrightarrow{v(t)} = \frac{d\overrightarrow{OM(t)}}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\cdot\vec{i} + \frac{dy(t)}{dt}\cdot\vec{j} + \frac{dz(t)}{dt}\cdot\vec{k}$$ Tangent à trajectoire

$$\overrightarrow{a(t)} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM(t)}}{dt^2} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\cdot\vec{i} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\cdot\vec{j} + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\cdot\vec{k}$$

III) Mouvements particuliers

1°) Rectiligne

2°) Rectiligne uniforme

$$\vec{v}=\vec{v}_0=\overrightarrow{cste} \qquad \overrightarrow{OM}(t)=\vec{v}_0\cdot t+\overrightarrow{OM}_0$$

3°) Rectiligne uniformément varié

$$\vec{a}=\vec{a}_0=\overrightarrow{cste} \qquad \vec{v}=\vec{a}\cdot t+\vec{v}_0 \qquad \overrightarrow{OM}(t)=\frac{1}{2}\vec{a}\,t^2+\vec{v}_0\cdot t+\overrightarrow{OM}_0$$

4°) Circulaire (définition du radian)

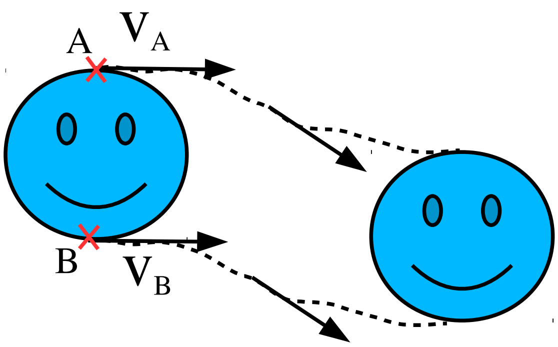
Vitesse linéaire, vitesse angulaire, période

$$v=\frac{ds}{dt}=R\frac{d\theta}{dt}=R\omega \qquad \omega=\frac{d\theta}{dt} \qquad T\cdot\omega=2\pi$$

$$a_T=\frac{dv}{dt}=R\cdot\frac{d\omega}{dt}=R\frac{d^2\theta}{dt^2}=R\dot{\omega}=R\ddot{\theta} \qquad a_N=\frac{v^2}{R}=\omega^2\cdot R \qquad \vec{a}_N=\frac{v^2}{R}\cdot\vec{N}=R\cdot\omega^2\cdot\vec{N}$$

IV) Cinématique du solide

1°) Mouvement de translation



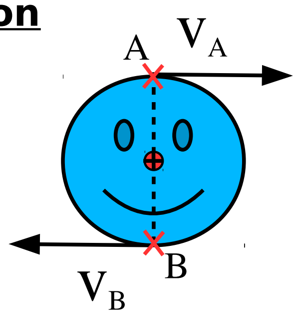
A chaque instant : $\vec{V}_A=\vec{V}_B=\vec{V}_C=\ldots$

Expliquer pourquoi $\vec{V}_A\cdot\overrightarrow{AB}=\vec{V}_B\cdot\overrightarrow{AB}=0$

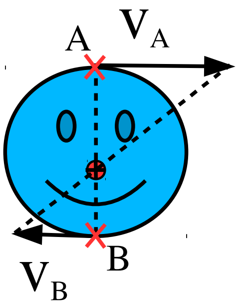
2°) Mouvement de rotation

Axe connu

$$\overline{V_A} \cdot \overline{AB} = \overline{V_B} \cdot \overline{AB} = 0$$



Axe à trouver

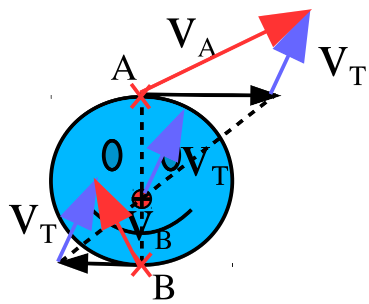


$$v = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega$$

3°) Mouvement général

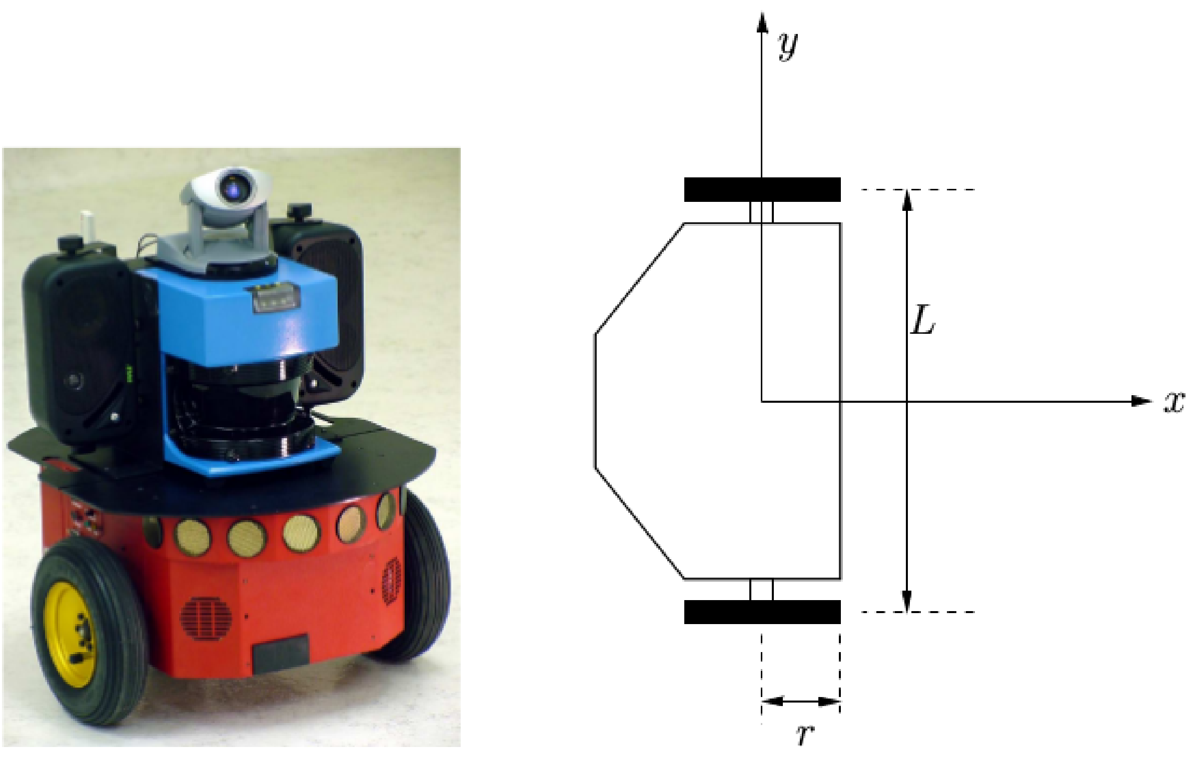
Tout mouvement d'un solide se décompose en deux :
- une translation
- une rotation.

$$\overline{V_A} \cdot \overline{AB} = \overline{V_B} \cdot \overline{AB} = \overline{V_T} \cdot \overline{AB} \neq 0$$

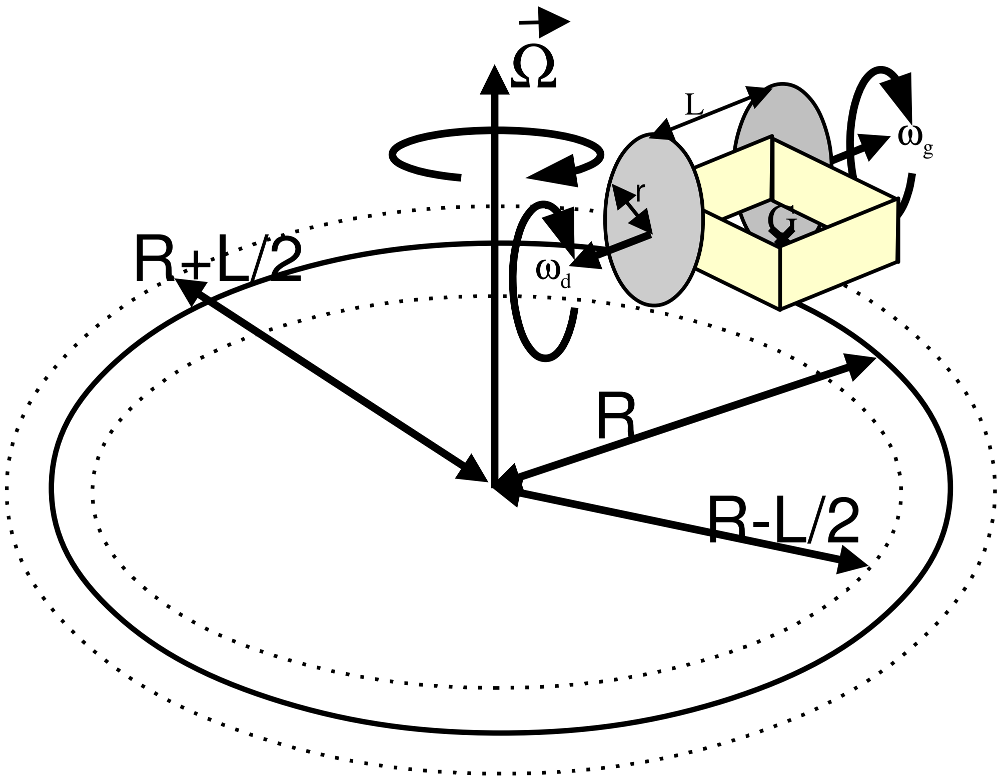


Le problème inverse est complexe :
Trouver VT à partir de VA et VB

4°) Mouvement d'un robot mobile différentiel



(a) (b)



Dans google : avr wikiversité
Puis chapitre « AVR et robotique : ASURO »
Puis section « Étude de la cinématique d'un robot différentiel »

$$\Omega = \frac{v_d}{R - L/2} \qquad \Omega = \frac{v_g}{R + L/2}$$

$$\Omega(t) = \frac{v_d(t)}{R(t) - L/2} \qquad \Omega(t) = \frac{v_g(t)}{R(t) + L/2}$$

On déduit :

$$\Omega(t) = \frac{v_g(t) - v_d(t)}{L} \qquad R(t) = \frac{L}{2} \cdot \frac{v_g(t) + v_d(t)}{v_g(t) - v_d(t)} \qquad v(t) = \Omega(t) \cdot R(t) = \frac{1}{2} \cdot (v_d(t) + v_g(t))$$