

# Cours 2 Lois générales

## Introduction

Comme nous avons eu l'occasion de voir dans le cours précédent, la thermique est gérée par des équations différentielles qui ne sont valables que dans certaines conditions seulement. Nous allons essayer de dégager dans ce cours un certain nombre de lois à partir d'une équation complètement générale. Les équations les plus générales sont des équations de conservation, ici de la puissance :

$$\Phi_e + P - \Phi_s = \Phi_{st}$$

Cette loi nous dit que la puissance entrante  $\Phi_e$  plus la puissance générée  $P$  moins la puissance sortante  $\Phi_s$  est égale à la puissance stockée  $\Phi_{st}$ .  $P$  sera pour nous une puissance électrique, la puissance stockée n'a pas encore été rencontrée.

Le principe général est la conservation de l'énergie ou des puissances. Cette formule montre qu'il existe au moins deux raisons pour lesquelles la puissance thermique ne se conserve pas :

- variation d'énergie interne (liée ici à la puissance stockée)
- apport ou retrait de chaleur

## I) Répartition des températures

### 1°) Rappel : distribution des températures (si $\Phi$ se conserve)

L'équation qui régit la distribution de température dans le cas où  $P=0$  et  $\Phi_{st}=0$  a été obtenue au cours précédent. Cela peut naturellement s'écrire :

$$\Phi_e - \Phi_s = 0$$

soit

$$\Phi_s - \Phi_e = \frac{d\Phi}{dx} \cdot \Delta x = 0$$

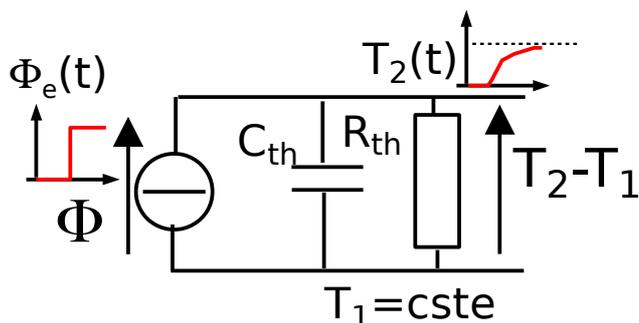
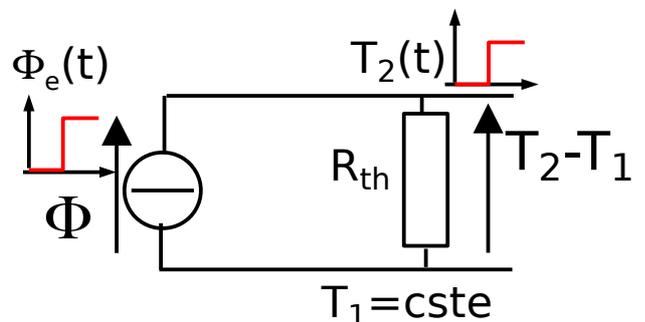
$$\Phi = \frac{dQ}{dt} = -k \cdot S \cdot \frac{dT}{dx}$$

} donnent

$$\Phi_s - \Phi_e = \frac{d\Phi}{dx} \cdot \Delta x = \frac{-d}{dx} k \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \cdot \Delta x = 0$$

### 2°) Non conservation de la puissance thermique $\Phi$ (variation d'énergie interne)

Une variation de température n'est jamais brutale, ainsi le modèle ci-contre avec résistance thermique seule est incomplet.



Il faut ajouter un condensateur pour tenir compte d'une constante de temps

Le phénomène physique représentant cette constante de temps a déjà été étudié dans le cours n°1 :  $dQ=m.c.dT$

Cette relation introduit en effet :  $\Phi_{st}=dQ/dt=m.c.(dT/dt)$

Si nous définissons la capacité thermique  $C_{th}$  :  $C_{th} = m.c$  alors cette relation devient :

$$\Phi_{st}=C_{th} \cdot \frac{dT}{dt} \quad \text{à comparer à} \quad i(t)=C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

qui montre bien pourquoi on parle de capacité thermique.

$$\Phi_e = \Phi_{st} + \Phi_s \quad \text{et donc} \quad 0 = \Phi_{st} + \Phi_s - \Phi_e$$

On a vu aussi que :

$$\Phi_s - \Phi_e = \frac{-d}{dx} k \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \cdot \Delta x \quad \text{et} \quad \Phi_{st} = C_{th} \cdot \frac{dT}{dt} = \rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$(\rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}) - \frac{\partial}{\partial x} (k \cdot S \cdot \frac{\partial T}{\partial x}) \cdot \Delta x = 0$$

$$(\rho \cdot S \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}) - \frac{\partial}{\partial x} (k \cdot S \cdot \frac{\partial T}{\partial x}) = 0 \quad \text{Si } S \text{ et } k \text{ ne dépendent pas de } x.$$

$$(\rho \cdot S \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}) - k \cdot S \cdot (\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}) = 0$$

Si S et k ne dépendent pas de x.

$$(\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}) - k \cdot (\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}) = 0$$

**Exemple** : se débarrasser des dérivées partielles (exo3 TD6)

Un composant électronique est modélisé par une résistance thermique  $R_{th}$  et une capacité thermique  $C_{th}$ . Il est soumis soudainement à un échelon de puissance. Exprimer l'équation différentielle liant  $\Phi$ ,  $R_{th}$ ,  $C_{th}$  et  $T_2(t)-T_1$ . Quelle est la valeur asymptotique de  $T_2(t)$  ?

Refroidissement : Le composant précédent a atteint la température  $T_2$ , nous le laissons se refroidir. Donner l'équation différentielle et sa solution.

Une puissance périodique  $\Phi$  de période T et de rapport cyclique  $\alpha=0,5$  est dissipée dans le composant. On prend  $T \ll T_{th} = R_{th} \cdot C_{th}$ .

Dessiner l'allure de T(t) et établir la valeur de la température moyenne de la jonction.

### **3°) Non conservation de la puissance thermique $\Phi$ (apport de puissance P)**

On part encore de  $\Phi_e + P - \Phi_s = \Phi_{st}$  mais P est non nul (cas le plus général)

$$\frac{1}{S \cdot \Delta x} \cdot P = (\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t}) - k \cdot (\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}) = \phi \quad \text{Si } \phi \text{ est la densité volumique de puissance } W/m^3$$

$$\phi + k \cdot (\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}) = (\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t})$$

**Exemple** : (à traiter en cours) p59  $T(x) = a + bx + cx^2$

La température le long d'un mur de longueur 1m est T(x) avec  $a=900^\circ C$ ,  $b=-300^\circ C/m$  et  $c=-50^\circ C/m^2$ . Si  $\phi = 1000 W/m^3$ ,  $S=10m^2$ ,  $r=1600 SI$ ,  $k=40 W/m$   $c=4 kJ/kg.K$  quels sont  $\Phi_e$ ,  $\Phi_s$  et  $\Phi_{st}$  ainsi que  $dT/dt$  pour  $x=0m$  et  $0,25m$  puis  $0,5m$ .

## II) Les puissances électriques

Dans le cas de signaux périodiques, la formule générale que l'on prendra est :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

### 1°) Cas du sinusoïdal

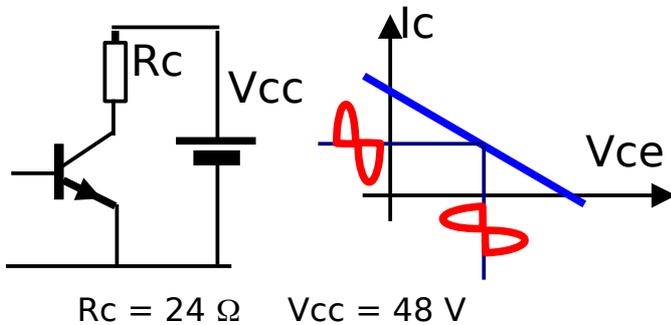
Soit une tension :  $u(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi_{UI})$

Soit un courant :  $i(t) = I_M \sin(\omega t)$

Alors la puissance s'écrit (sans démonstration) :

$$P = \int u(t) \cdot i(t) dt = \frac{U_M}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_M}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\varphi_{UI}) = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi_{UI})$$

Exemple : transistor en classe A



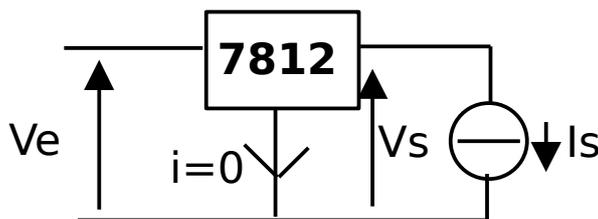
On montrera en cours qu'au point de repos  $P_{\text{Transistor}} = 24W$  et qu'avec une sinusoïde d'amplitude maximum on a  $P_{\text{Transistor}} = 12W$

### 2°) Cas où I est constant

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot I \cdot dt = I \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot dt = I \cdot U_{moy}$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = I \cdot U_{moy}$$

Exemple



$V_S = 12 V$

$I_S = 0,8 A$

$V_e$  = redressement double alternance filtré variant entre 16V et 20V

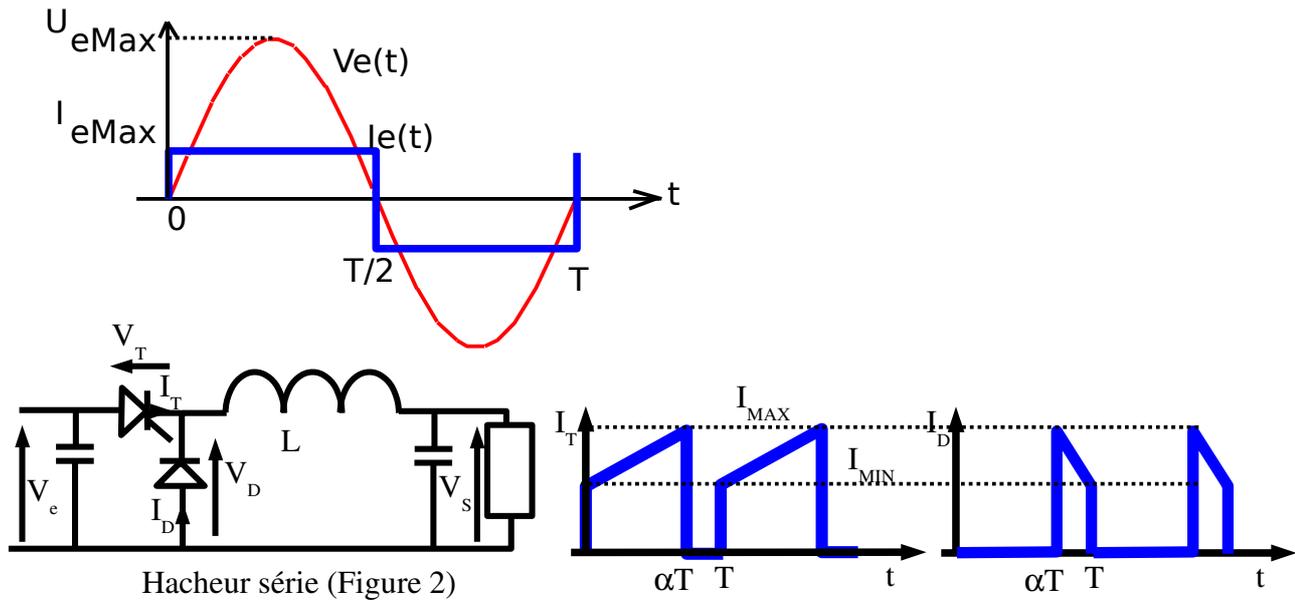
### 3°) Cas où U est constant

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T U \cdot i(t) \cdot dt = U \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \cdot dt = U \cdot I_{moy}$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = U \cdot I_{moy}$$

Exemple

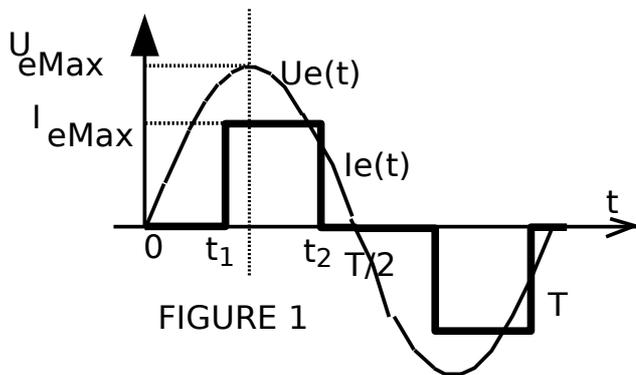
## 4°) Exemples



**(DS 2005)**

1°) Sachant que lorsque le thyristor conduit, il est parcouru par le courant  $I_T$  et la tension à ses bornes est constante et vaut  $V_{Tcond}$ , calculer la puissance électrique dans le thyristor en fonction de  $a$ ,  $I_{MAX}$ ,  $I_{MIN}$  et  $V_{Tcond}$ .

2°) Sachant que lorsque la diode conduit, elle est parcourue par le courant  $I_D$  et la tension à ses bornes est constante et vaut  $V_{Dcond}$ , calculer la puissance électrique dans la diode en fonction de  $a$ ,  $I_{MAX}$ ,  $I_{MIN}$  et  $V_{Dcond}$ .



**(DS 2007)**

On vous propose un calcul de la puissance moyenne sur une demi-période :

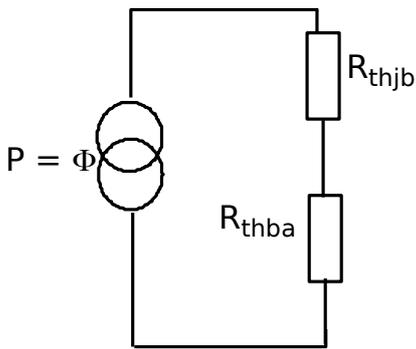
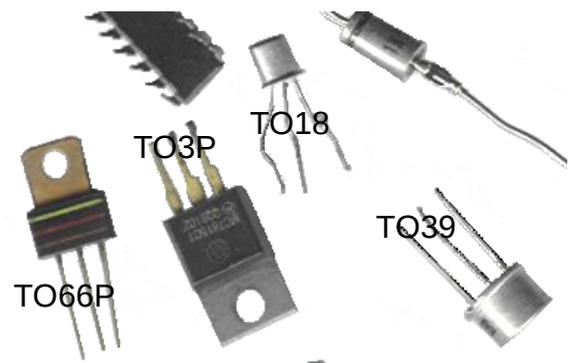
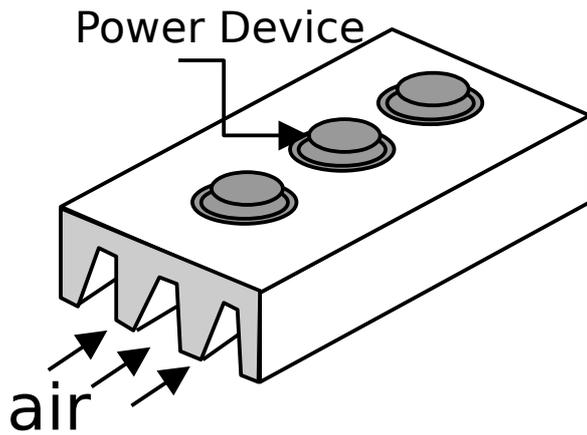
$$P = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_2} U_{eMax} \cdot I_{eMax} \cdot \sin \omega t \cdot dt$$

En vous aidant du fait que  $\int \sin \omega t \cdot dt = \frac{-\cos \omega t}{\omega}$

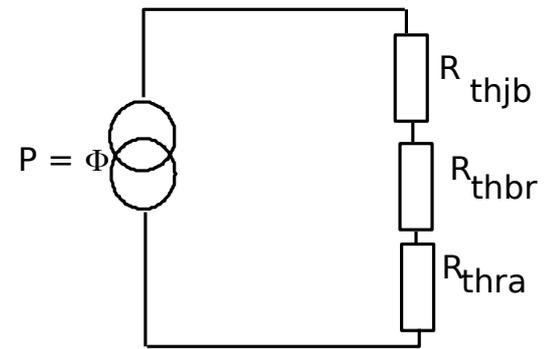
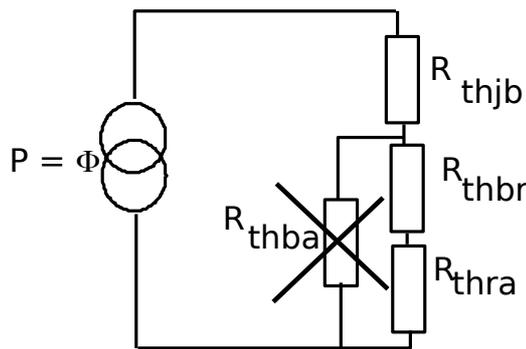
calculer de manière littérale la puissance électrique P

### III) Calcul des radiateurs thermiques

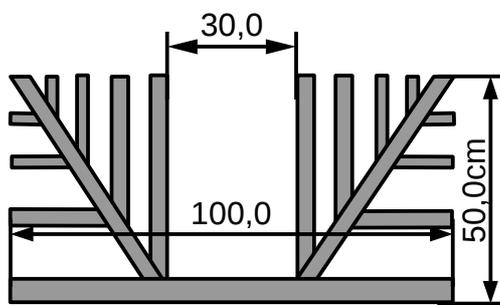
#### 1°) Régime permanent



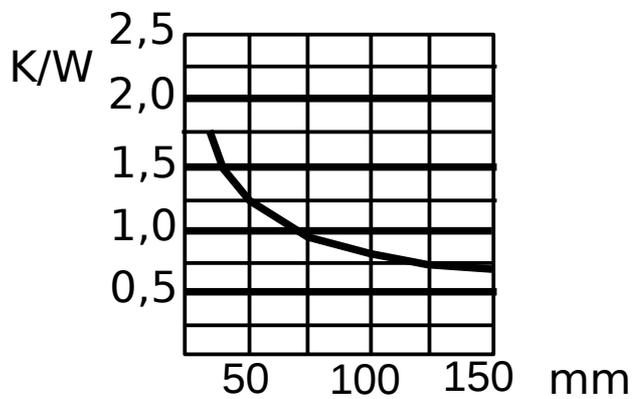
Composant seul



Composant avec radiateur



SK 88

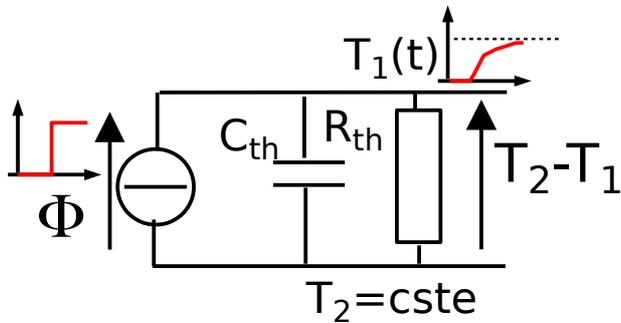
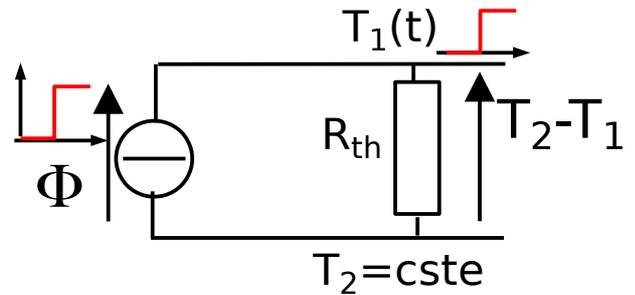


**Exemple** : (à traiter en cours)

- [https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi\\_d%27Ohm\\_thermique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_d%27Ohm_thermique) donne deux exemples
- [https://www.sonelec-musique.com/electronique\\_bases\\_radiateur\\_calcul.html](https://www.sonelec-musique.com/electronique_bases_radiateur_calcul.html) Calcul de radiateurs, en français, avec trois exemples
- <http://www.giacomazzi.fr/electron/radiateur/radiateur.htm> Les radiateurs, article en français avec un exemple

## 2°) Les régimes transitoires

Une variation de température n'est jamais brutale, ainsi le modèle ci-contre avec résistance thermique seule est incomplet.



Il faut ajouter un condensateur pour tenir compte d'une constante de temps

Le phénomène physique représentant cette constante de temps a déjà été étudié dans le cours n°1 :  $dQ = m.c.dT$

Cette relation introduit en effet :  $\Phi = dQ/dt = m.c.(dT/dt)$

Si nous définissons la capacité thermique  $C_{th}$  :  $C_{th} = m.c$  alors cette relation devient :

$$\Phi = C_{th} \cdot \frac{dT}{dt} \quad \text{à comparer à} \quad i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

qui montre bien pourquoi on parle de capacité thermique.

### Exemple :

Un composant électronique est modélisé par une résistance thermique  $R_{th}$  et une capacité thermique  $C_{th}$ . Il est soumis soudainement à un échelon de puissance  $\Phi$ . Exprimer l'équation différentielle liant  $\Phi$ ,  $R_{th}$ ,  $C_{th}$  et  $T_1(t) - T_2$ . Quelle est la valeur asymptotique de  $T_1(t)$  ?

Refroidissement: Le composant précédent a atteint la température  $T_2$ , nous le laissons se refroidir. Donner l'équation différentielle et sa solution.

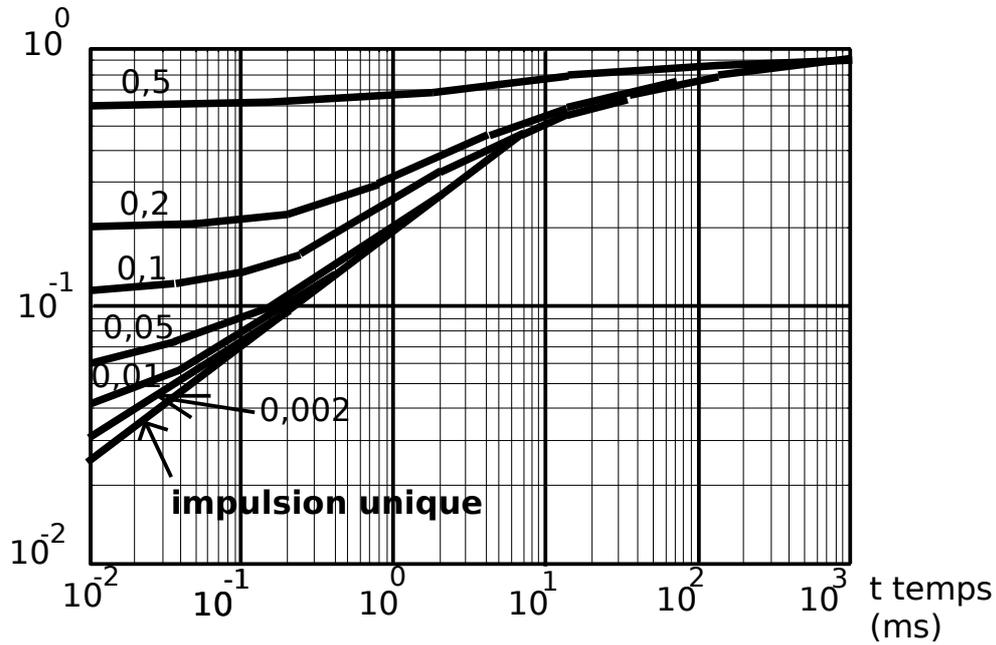
Une puissance périodique  $\Phi$  de période  $T$  et de rapport cyclique  $\alpha = 0,5$  est dissipée dans le composant. On prend  $T \ll T_{th} = R_{th} \cdot C_{th}$ .

Dessiner l'allure de  $T(t)$  et établir la valeur de la température moyenne de la jonction.

## 2°) Régime transitoire (suite)

On définit une impédance thermique : (t: durée, D rapport cyclique)

$$Z_{th}(t) = r(t,D) \cdot R_{th}$$



L'impédance thermique permet de calculer la température crête :

$$T_{2crête} = r(t,D) \cdot R_{th} \cdot P + T_1$$

tandis que la température moyenne est donnée par :

$$T_{2moy} = R_{th} \cdot P \cdot D + T_1$$

Si l'on applique tout cela à un composant électronique on obtient :

$$T_j \text{ crête} = P \cdot (r(t,D) \cdot R_{th_{jb}} + D \cdot R_{th_{ba}}) + T_a$$

**Exemple** : (à traiter en cours)

# Transistor de puissance darlington NPN



**BDX63 - BDX 63A**  
**BDX 63B - BDX63C**

## Caractéristiques principales

Puissance maximale  $T_{mb} < 25^{\circ}\text{C}$   
90W  
Température de jonction  $T_j$  200°C  
Courant collecteur en continu  $I_c$  8A  
Courant collecteur en pointe max 12 A

## Résistance thermique

Jonction-fond de boîtier  
 $R_{th\ j-mb} = 1,94\ \text{K/W}$

## Données mécaniques boîtier TO-3

